13. SLOVENSKO DRŽAVNO PRVENSTVO V GRADBENI MEHANIKI

LJUBLJANA, 16. MAJ 2007

Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta *za gradbeništvo in geodezijo*

13. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki

Univerza v Ljubljani

Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Goran Turk, Dejan Zupan, Rado Flajs in Igor Planinc

Ljubljana, 16. maj 2007

TURK, Goran; ZUPAN, Dejan; FLAJS, Rado; PLANINC, Igor
13. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki

Založnik: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Oblikovanje naslovnice: SAJE, Veronika

Tisk: Laserprint grafika, Ljubljana

Obseg: 22 strani

Naklada: 100 izvodov

Ljubljana, 2008

13. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki Ljubljana 2007

Letos smo na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo organizirali že 13. državno prvenstvo v gradbeni mehaniki. Prvenstvo je pripravil organizacijski odbor v sestavi:

Rado Flajs,
Stane Srpčič,
Igor Planinc,
Goran Turk,
Dejan Zupan (vsi UL FGG),
Nevenka Cesar (Srednja gradbena in lesarska šola, Novo mesto),
Maja Lorger (Srednja gradbena šola, Maribor),
Bojan Lutman (Srednja elektro šola in tehniška gimnazija, Novo mesto),
Irena Posavec (Srednja tehniška šola, Celje),
Duška Tomšič (Srednja gradbena in ekonomska šola, Ljubljana) in
Marlenka Žolnir Petrič (Srednja tehniška šola, Celje).

Na tekmovanje smo povabili dijakinje in dijake tretjih in četrtih letnikov srednjih tehniških šol in tehniških gimnazij. Odbor je pripravil naloge za predtekmovanje in sklepno tekmovanje ter pregledal in ocenil izdelke tekmovalk in tekmovalcev.

Na predtekmovanje se je prijavilo 77 dijakinj in dijakov tretjega in 58 dijakinj in dijakov četrtega letnika. V sredo, 18. aprila 2007, so na srednjih šolah reševali enake predtekmovalne naloge. Štiriintrideset najuspešnejših dijakinj in dijakov na predtekmovanju se je uvrstilo na sklepno tekmovanje, ki je potekalo 16. maja 2007 v prostorih Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Na sklepno tekmovanje so se uvrstile naslednje dijakinje in dijaki:

letnik	ime in priimek	kraj	mentor
3	Aleš Cvelbar	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
3	Nina Fekonja	Maribor[3]	Maja Lorger
3	Boštjan Hočevar	Novo mesto[5]	Nevenka Cesar
3	Mitja Gregorčič	Novo mesto[4]	Peter Šterk
3	Gregor Javornik	Celje[1]	Lidija Jurički
3	Samo Kumar	Novo mesto[4]	Peter Šterk
3	Sebastian Mavsar	Novo mesto[5]	Nevenka Cesar
3	Janez Mikec	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
3	Aljaž Močnik	Novo mesto[4]	Peter Šterk
3	Urban Napotnik	Celje[1]	Lidija Jurički
3	Matevž Zupančič	Novo mesto[4]	Peter Šterk
3	Marko Pirc	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
3	Matija Jurše	Maribor[3]	Maja Lorger
3	Nejc Roškar	Maribor[3]	Maja Lorger
3	Andrej Seneković	Maribor[6]	Vili Vesenjak
3	Jure Štuber	Maribor[3]	Goran Perahvec
3	Špela Štih	Novo mesto[4]	Peter Šterk
3	Jurij Švegelj	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
letnik	**ime in priimek**	**kraj**	**mentor**
4	Nejc Avguštin	Novo mesto[5]	Nevenka Cesar
4	Dušan Bregant	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
4	Matej Dragan	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
4	Anže Egart	Ljubljana[2]	Majda Pregl
4	Tomaž Fekonja	Maribor[3]	Maja Lorger
4	Jožko Žabčič	Novo mesto[5]	Nevenka Cesar
4	Primož Lončarič	Maribor[6]	Vili Vesenjak
4	Nace Nagode	Ljubljana[2]	Majda Pregl
4	Benjamin Resnik	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
4	Ambrož Zorenč	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
4	Niko Bezovnik	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
4	Marko Virtič	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
4	Matic Zupančič	Novo mesto[4]	Bojan Lutman

[1] Poklicna in tehniška gradbena šola Celje
[2] Srednja gradbena, geodetska in ekonomska šola Ljubljana
[3] Srednja gradbena šola Maribor
[4] Srednja elektro šola in tehniška gimnazija, Novo mesto
[5] Srednja gradbena in lesarska šola Novo mesto
[6] Srednja strojna šola Maribor

Sklepno tekmovanje se je začelo 16. maja 2007 ob 11.00 v prostorih Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Po 90 minutah reševanja treh računskih nalog so se tekmovalke in tekmovalci preselili v dve učilnici, kjer so se preizkusili v praktični nalogi, ki smo jo poskusno uvedli v okvir tekmovanja. Pri tej nalogi so dijakinje in dijaki v parih iz enakega materiala poizkusili narediti premostitveno konstrukcijo. Takoj po reševanju so člani organizacijskega odbora ocenili izdelke glede na njihovo estetsko in tehnično vrednost. Nato pa smo vse mostičke poskusili podreti. O rezultatih te zanimive naloge bomo poročali v nadaljevanju tega poročila.

Nato je komisija za ocenjevanje v sestavi Tomaž Hozjan, Simon Schnabl, Goran Turk, Eva Zupan in Dejan Zupan (vsi Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo) pregledala in ocenila naloge s sklepnega tekmovanja.

Po skupnem kosilu so bili popoldne v svečani dvorani Fakultete za gradbeništvo in geodezijo objavljeni rezultati. Pohvale in nagrade je dijakinjam in dijakom podelil dekan FGG prof. dr. Bojan Majes. Pohvaljeni so bili vsi udeleženci sklepnega tekmovanja, najuspešnejši pa so bili:

3. letnik			
ime in priimek	**kraj**	**nagrada**	**točke**
Aleš Cvelbar	Novo mesto	1. nagrada	85
Sebastian Mavsar	Novo mesto	2. nagrada	68
Matija Jurše	Maribor	2. nagrada	65
Urban Napotnik	Celje	3. nagrada	60
Jure Štuber	Maribor	3. nagrada	58
Jurij Švegelj	Novo mesto	3. nagrada	60
4. letnik			
ime in priimek	**kraj**	**nagrada**	**točke**
Matej Dragan	Novo mesto	1. nagrada	64
Jožko Žabčič	Novo mesto	2. nagrada	62
Matic Zupančič	Novo mesto	3. nagrada	59

V naslednjih dveh preglednicah prikazujemo nekatere podatke o tem, kako so dijakinje in dijaki reševali predtekmovalne naloge in naloge na sklepnem tekmovanju. Najvišja možna ocena za posamezno nalogo je 25%.

Povprečna ocena na predtekmovanju (25.45% za tretje letnike in 22.50% za četrte) je bila nekoliko nižja kot lani, ko je bilo povprečje za tretje letnike 32.27%, za četrte pa 27.00%. Ocena, potrebna za uvrstitev na sklepno tekmovanje, je bila 35% ali več pri tretjih letnikih in 27% ali več pri četrtih.

Na sklepnem tekmovanju je bila povprečna ocena za tretje letnike bistveno višja

(48.47%) kot lani, medtem ko je bila v četrtih letnikih nižja (40.77%) (lani v tretjih letnikih 24.13%, v četrtih pa 60.29%).

predtekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	11.70	5.38	4.43	3.94	25.45
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	25	10	25	15	65

predtekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	7.68	5.36	2.86	6.61	22.50
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	25	10	15	16	65

sklepno tekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	10.63	8.44	8.44	24.00	48.47
najnižja ocena	0	0	0	16	5
najvišja ocena	20	20	25	30	85

sklepno tekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	8.00	3.15	6.92	22.69	40.77
najnižja ocena	3	0	0	0	13
najvišja ocena	13	23	25	20	64

Glede na povprečne ocene posameznih nalog na predtekmovanju sklepamo, da so bile dijakinjam in dijakom vse naloge zelo teže, saj je le pri eni nalogi povprečna ocena presegla 10 točk. Na sklepnem tekmovanju so imeli dijaki precejšnje težave z vsemi računskimi nalogami, medtem ko so bili pri praktični nalogi zelo uspešni.

Zanimivo je tudi, koliko tekmovalk in tekmovalcev je pravilno rešilo posamezne naloge. Na predtekmovanju je nekaj dijakov pravilno rešilo le 1. nalogo v obeh letnikih in 3. nalogo v tretjem letniku. Druge naloge pa so bile letos očitno prezahtevne. Tudi na sklepnem tekmovanju so bile naloge zelo zahtevne, saj je le 3. nalogo pravilno rešilo nekaj dijakov. Boljši so bili rezultati pri praktični nalogi, pri kateri so se mnogi zelo izkazali.

Število tekmovalk in tekmovalcev, ki so pravilno rešili posamezne naloge			
predtekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
12	0	4	0
predtekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
5	0	0	0

sklepno tekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga*
0	0	2	10
sklepno tekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga*
0	0	1	5

* praktična naloga

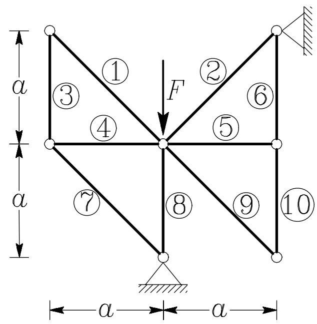
Letošnje tekmovanje sta finančno podprli:
Ministrstvo za šolstvo in šport,
Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.

Informacije o tekmovanju lahko najdete tudi na spletni strani:
`http://www.km.fgg.uni-lj.si/tekma/tekma.htm`.

Naloge s predtekmovanja za 3. letnike

1. naloga

Določi osne sile v prikazanem paličju! Velikost sile $F = 10\,\mathrm{kN}$, dolžina a pa je $2\,\mathrm{m}$.



Rešitev: Iz ravnotežnih enačb za posamezna vozlišča lahko hitro ugotovimo, v katerih palicah so osne sile enake nič. Na primer: Iz ravnotežnih enačb za zgornje levo vozlišče sledi, da sta sili N_1 in N_3 enaki nič. Podobno lahko ugotovimo še za sile N_4 in N_7, N_9 in N_{10} ter N_5 in N_6.

$$N_1 = N_3 = N_4 = N_5 = N_6 = N_7 = N_9 = N_{10} = 0\,\mathrm{kN}.$$

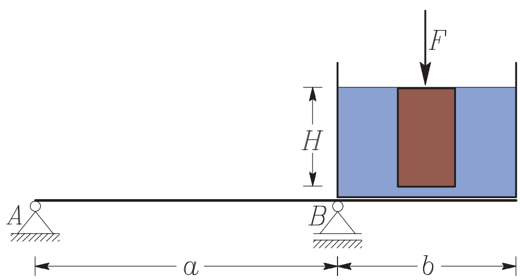
Ostaneta nam torej samo še palici 2 in 8. Iz ravnotežnih enačb za srednje vozlišče v vodoravni smeri in ob upoštevanju, da so sile v vseh drugih palicah enake nič, hitro ugotovimo, da je tudi sila N_2 enaka nič. Sledi, da je edina od nič različna sila v palici 8. Iz ravnotežnega pogoja v navpični smeri za srednje vozlišče sledi

$$\sum_{\text{sred. voz.}} X = 0 \quad \rightarrow \quad N_2 \sin 45^\circ = 0 \quad \rightarrow \quad N_2 = 0\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_{\text{sred. voz.}} Y = 0 \quad \rightarrow \quad -N_8 - F = 0 \quad \rightarrow \quad N_8 = -F = -10\,\mathrm{kN}.$$

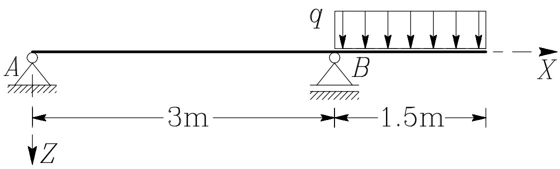
2. naloga

Določi in nariši diagrame notranjih sil (osna sila, prečna sila in upogibni moment) za prostoležeči nosilec s previsom, prikazanem na sliki. Nosilec je na previsnem delu obtežen z $1\,\mathrm{m}^3$ vode v breztežni posodi. Predpostavimo, da je obtežba, s katero posoda pritiska na nosilec, enakomerno porazdeljena. V vodo je potopljen kvader višine $H = 1\,\mathrm{m}$. Drugi podatki:



ploščina osnovne ploskve kvadra, $S = 3000\,\mathrm{cm}^2$,
gostota vode, $\rho_v = 1000\,\mathrm{kg/m}^3$,
gostota kvadra, $\rho_k = 800\,\mathrm{kg/m}^3$,
$a = 3\,\mathrm{m}$, $b = 1.5\,\mathrm{m}$.

Rešitev: Najprej moramo določiti obtežbo q na previsnem delu nosilca. Najbolje je, da določimo rezultanto obtežbe, za katero sicer vemo, da je porazdeljena enakomerno.



Rezultatno sestavljata teža vode in vpliv kvadra, ki v celoti potopljen v vodi. Teža vode je preprosto produkt prostornine vode s specifično težo, vpliv kvadra pa je prostornina kvadra pomnožena s specifično težo vode. Vpliv kvadra je namreč vsota teže kvadra in sile F, ki je ravno tolikšna, da je kvader potopljen. Kvader se v celoti potopi natanko tedaj, ko je vsota sile F in teža kvadra enaka teži izpodrinjene vode, to pa je prostornina kvadra pomnožena s specifično težo vode:

$$R = F_v + F_k = \rho_v\, g\, 1 + \rho_v\, g\, 0.3 = 12753\,\mathrm{N} = 12.75\,\mathrm{kN},$$

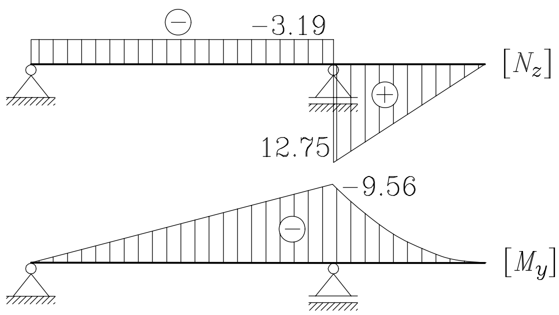
kjer je $g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$. Enakomerno porazdeljena obtežba na previsnem delu nosilca je

$$q = R/b = 12.75/1.5 = 8.50\,\mathrm{kN/m}.$$

Nadaljni postopek je običajen postopek za določitev notranjih sil na prostoležečem nosilcu s previsom. Iz momentnih ravnotežnih enačb glede na vozlišči A in B določimo reakciji A_Z in B_Z, medtem ko iz ravnotežja v vodoravni smeri sledi, da je reakcija $A_X = 0$:

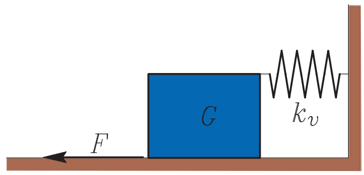
$$A_X = 0, \quad A_Z = 3.19\,\mathrm{kN}, \quad B_Z = -15.94\,\mathrm{kN}$$

Nazadnje določimo notranje sile, ki jih prikazujemo v naslednjih diagramih.

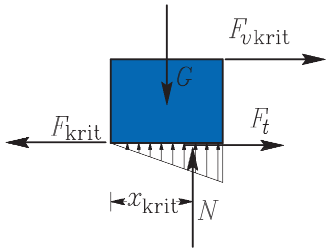


3. naloga

Določi najmanjšo silo $F = F_{krit}$, ki je potrebna, da se kvader na sliki zavrti. Določi tudi pripadajoči pomik kvadra! Podatki so:
teža kvadra, $G = 1\,\mathrm{kN}$,
dolžina kvadra, $a = 0.4\,\mathrm{m}$,
višina kvadra, $b = 0.7\,\mathrm{m}$,
togost vzmeti, $k_v = 100\,\mathrm{kN/m}$,
koeficient trenja $k_t = 0.3$.



Rešitev: Na kvader delujejo sila teže G, normalna sila podlage N, sila trenja F_t, sila v vzmeti F_v in vlečna sila F, kot je narisano na sliki. Sila vzmeti je odvisna od odvisna od pomika kvadra u in je enaka nič, če se kvader ne premakne. Sila lepenja je manjša ali enaka produktu normalne sile in koeficienta trenja. Velja torej, da je sila v vzmeti enaka nič, dokler se v celoti ne aktivira sila lepenja. Z enačbami to zapišemo takole:



$$F_v = k_v\, u, \qquad F_t \le k_t\, N.$$

Poleg teh dveh enačb lahko zapišemo še tri ravnotežne enačbe

$$\begin{aligned}
\sum X = 0 \;&\rightarrow\; F_v + F_t - F = 0 &&\rightarrow\; F = F_t + F_v,\\
\sum Y = 0 \;&\rightarrow\; N - G = 0 &&\rightarrow\; N = G = 1\,\mathrm{kN},\\
\sum M_z = 0 \;&\rightarrow\; N\,x - G\,a/2 - F_v\,b = 0 &&\rightarrow\; F_v = \frac{N\,x - G\,a/2}{b}.
\end{aligned}$$

Lega x prijemališča sile N je odvisna od velikosti sile F_v , kar je razvidno iz momentnega ravnotežnega pogoja. Če je F_v enak nič, sila N leži na isti smernici kot sila G, tedaj je $x = a/2$. Če silo F_v večamo, se prijemališče sile N pomika v desno, x se veča in doseže kritično vrednost pri $x_{\text{krit}} = 2a/3$, pri kateri se kvader še ne zavrti. Iz momentne ravnotežne enačbe torej lahko izračunamo kritično silo v vzmeti:

$$F_{v\,\text{krit}} = \frac{G\,2a/3 - G\,a/2}{b} = \frac{G\,a}{6\,b} = 0.0952\,\mathrm{kN}.$$

Kritična vlečna sila je

$$F_{\text{krit}} = k_t\,G + F_{v\,\text{krit}} = 0.3 \cdot 1 + 0.0952 = 0.3952\,\mathrm{kN}.$$

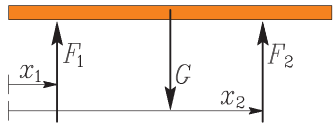
Pri tem se kvader premakne za

$$u = \frac{F_{v\,\text{krit}}}{k_v} = 0.000952\,\mathrm{m} = 0.952\,\mathrm{mm}.$$

4. naloga

Dva delavca nosita lesen hlod konstantnega prečnega prereza in gostote dolžine $L = 5\,\mathrm{m}$. Teža hloda je $G = 1\,\mathrm{kN}$. Prvi delavec lahko nosi največ $F_{1\max} = 0.6\,\mathrm{kN}$, drugi pa največ $F_{2\max} = 0.7\,\mathrm{kN}$. Kako lahko nosita hlod? Vse možne načine nošenja hloda predstavi v obliki neenačb.

Rešitev: Načine nošenja hloda opišemo z lego prijemališč sil F_1 in F_2, ki ju označimo z x_1 in x_2 (glej sliko). Zapišemo ravnotežni enačbi in omejitvi za sili F_1 in F_2:



$$\sum Y = 0 \quad \rightarrow \qquad F_1 + F_2 - G = 0,$$
$$\sum M_z = 0 \quad \rightarrow \qquad F_1\, x_1 + F_2\, x_2 - G\, L/2 = 0,$$
$$F_1 \leq 0.6\,\mathrm{kN},$$
$$F_2 \leq 0.7\,\mathrm{kN}.$$

Prikazujemo le rešitve, ko je F_1 levo od F_2, torej za $x_1 < x_2$. Rezultati za obratno zaporedje sil so simetrični. Ko iz prve enačbe izrazimo $F_2 = G - F_1$ in ko upoštevamo, da je $F_1 \leq 0.6$, dobimo iz momentne ravnotežne enačbe pogoj:

$$F_1\, x_1 + (G - F_1)\, x_2 - G\, L/2 = 0 \quad \rightarrow \quad F_1 = \frac{-G\, L/2 + G\, x_2}{x_2 - x_1} \leq 0.6 \quad \rightarrow$$
$$\rightarrow \quad 0.6\, x_1 + 0.4\, x_2 \leq 2.5.$$

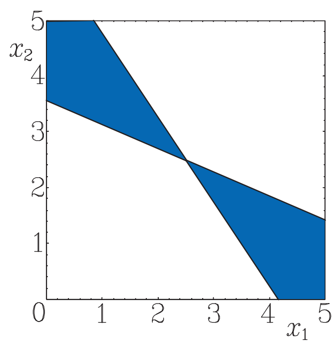
Na podoben način določimo iz izraza $F_1 = G - F_2$ in neenačbe $F_2 \leq 0.7$ pogoj:

$$(G - F_2)\, x_1 + F_2)\, x_2 - G\, L/2 = 0 \quad \rightarrow \quad F_2 = \frac{G\, L/2 - G\, x_1}{x_2 - x_1} \leq 0.7 \quad \rightarrow$$
$$\rightarrow \quad 0.3\, x_1 + 0.7\, x_2 \geq 2.5.$$

Za obratni vrstni red nošenja hloda, ko je $x_2 < x_1$, dobimo naslednje neenačbe:

$$0.3\, x_1 + 0.7\, x_2 \leq 2.5,$$
$$0.6\, x_1 + 0.4\, x_2 \geq 2.5.$$

Rešitve tega sistema neenačb prikažemo z diagramom. Pobarvano področje predstavlja množico možnih prijemališč sil.

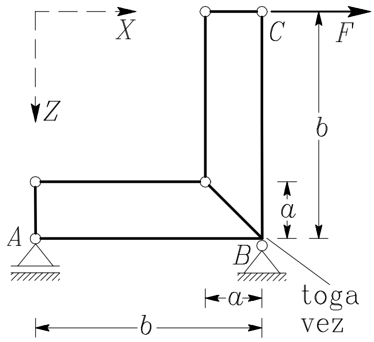


Naloge s predtekmovanja za 4. letnike

1. naloga

Določi in nariši diagrame notranjih sil v prikazani linijski konstrukciji.

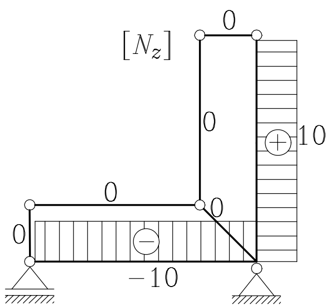
Velikost sile $F = 10\,\mathrm{kN}$,
dolžina a je $1\,\mathrm{m}$,
dolžina b pa je $4\,\mathrm{m}$.

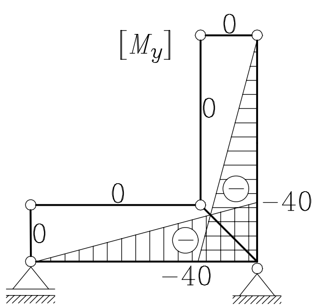


Rešitev: Iz ravnotežnih pogojev za neobtežena vozlišča, v katerih se stikajo le palice, sledi, da so osne sile v palicah enake nič. Določiti moramo le še notranje sile za lomljen nosilec ABC, ki je obtežen s silo F v točki C. Reakcije v podporah A in B izračunamo iz ravnotežnih pogojev:

$$
\begin{aligned}
\sum X = 0 \quad &\rightarrow \quad B_X + F = 0 &&\rightarrow \quad B_X = -F = -10\,\mathrm{kN},\\
\sum M_Y^B = 0 \quad &\rightarrow \quad A_Z\, b - F\, b = 0 &&\rightarrow \quad A_Z = F = 10\,\mathrm{kN},\\
\sum Z = 0 \quad &\rightarrow \quad A_Z + B_Z = 0 &&\rightarrow \quad B_Z = -A_Z = -10\,\mathrm{kN}.
\end{aligned}
$$

Na koncu z razrezom nosilca izračunamo notranje sile. Te prikazujemo na naslednjih diagramih (osne sile so enake nič).



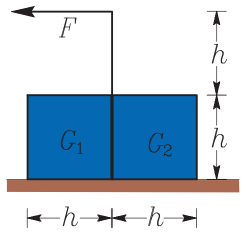


2. naloga

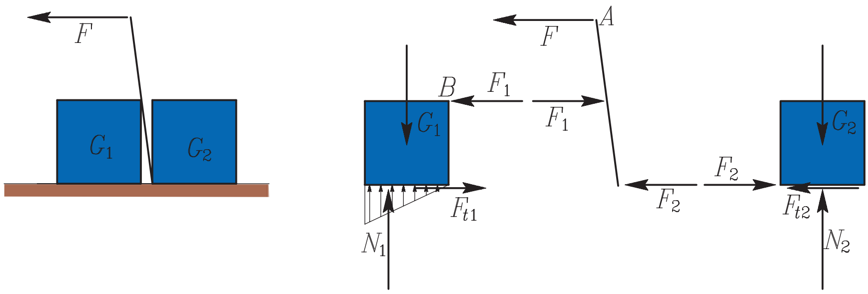
Glej drugo nalogo za 3. letnike!

3. naloga

Med dva zaboja v obliki kocke vstavimo zelo tanko togo ploščo, kot kaže slika. Teža prvega zaboja je $G_1 = 10\,\mathrm{kN}$, koeficient trenja med zabojema in podlago je $k_t = 0.4$. Določi najmanjšo silo $F = F_{krit}$ in težo drugega zaboja G_2 tako, da se zaboja premakneta istočasno. Kolikšen je minimalni koeficient trenja $k_{t\,\mathrm{min}}$, ki omogoča prevrnitev enega izmed zabojev? Kateri zaboj se pri tem prevrne?



Rešitev: Obravnavani sistem teles ločimo na posamezna telesa in medsebojne vplive nadomestimo s silama F_1 in F_2.



Nato napišemo ravnotežne pogoje za vsa tri telesa in znani zvezi med silama trenja in normalnima silama:

$$\sum_{\text{leva kocka}} X = 0 \quad \rightarrow \quad F_{t1} - F_1 = 0 \quad \rightarrow \quad F_{t1} = F_1,$$

$$\sum_{\text{leva kocka}} Y = 0 \quad \rightarrow \quad N_1 - G_1 = 0 \quad \rightarrow \quad N_1 = G_1,$$

$$\sum_{\text{vmesna plošča}} X = 0 \quad \rightarrow \quad F_1 - F - F_2 = 0 \quad \rightarrow \quad F = F_1 - F_2,$$

$$\sum_{\text{vmesna plošča}} M_Z^A = 0 \quad \rightarrow \quad F_1\,h - F_2\,2h = 0 \quad \rightarrow \quad F_1 = 2\,F_2,$$

$$\sum_{\text{desna kocka}} X = 0 \quad \rightarrow \quad F_2 - F_{t2} = 0 \quad \rightarrow \quad F_{t2} = F_2,$$

$$\sum_{\text{desna kocka}} Y = 0 \quad \rightarrow \quad N_2 - G_2 = 0 \quad \rightarrow \quad N_2 = G_2,$$

$$F_{t1} = N_1\,k_t,$$

$$F_{t2} = N_2\,k_t.$$

Iz zgornjih enačb izračunamo

$$F_{t1} = F_1 = G_1\,k_t = 2F_2 = 2F_{t2} = 2G_2\,k_t \quad \rightarrow \quad G_2 = \frac{G_1}{2} = 5\,\mathrm{kN}.$$

Ker imajo vse sile, ki delujejo na desno kocko, skupno prijemališče, se le-ta ne more prevrniti. Prevrne se lahko le leva kocka. Normalna sila N_1 je rezultatna normalnih napetosti na stiku med kocko in podlago. Za te predpostavimo, da so po stični ploskvi porazdeljene linearno. Če sila deluje na sredini, so te napetosti konstantne, če je sila na 1/3 dolžine kocke, je razpored teh napetosti trikoten, tako kot kaže slika na prejšnji strani. To je tudi mejna lega sile, saj nateznih normalnih napetosti v stiku med podlago in kocko ne more biti. Iz momentnega ravnotežnega pogoja za levo kocko tako dobimo

$$\sum_{\text{leva kocka}} M_Z^B = 0 \quad \rightarrow \quad F_{t1}\, h + G_1\, \frac{h}{2} - N_1\, \frac{2h}{3} = 0 \qquad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad G_1\, k_{t\,\text{min}}\, h + G_1\, \frac{h}{2} - G_1\, \frac{2h}{3} = 0 \quad \rightarrow \quad k_{t\,\text{kmin}} = \frac{1}{6}$$

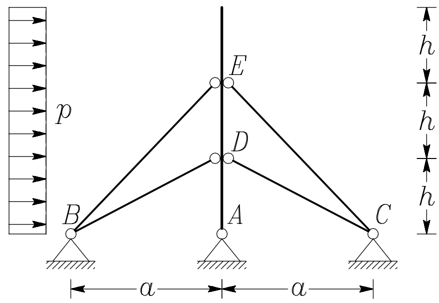
4. naloga

Glej četrto nalogo za 3. letnike!

Naloge s sklepnega tekmovanja za 3. letnike

1. naloga

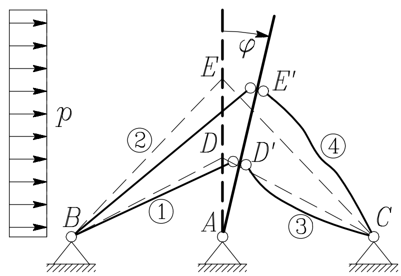
Stolp ADE (togo telo) se ob delovanju vetra (podanega z obtežbo p) zasuče za kot φ. Stolp je podprt v točki A s členkasto podporo in z vrvmi BE, BD, CD in CE, kot kaže slika. Prečni prerez vseh vrvi je enak $A_v = 0.2826\,\mathrm{cm}^2$, elastični modul pa je $E_v = 21000\,\mathrm{kN/cm}^2$. Ob poznanem zasuku $\varphi = 0.5°$ določi sile v vrveh in velikost konstantne linijske obtežbe p, s katero veter učinkuje na stolp!
$a = 6\,\mathrm{m}$ in $h = 5\,\mathrm{m}$.



Rešitev: Najprej izračunamo dolžini vrvi v nedeformirani legi:

$$L_1 = \sqrt{a^2 + h^2} = \sqrt{6^2 + 5^2} = 7.81025\,\mathrm{m}$$
$$L_2 = \sqrt{a^2 + (2h)^2} = \sqrt{6^2 + 10^2} = 11.6619\,\mathrm{m}$$

Ker se stolp pod vplivom vetra nagne v desno, se raztegneta le vrvi na levi, medtem se vrvi na desni sprostita, notranje sile v vrveh na desni so enake nič. Za določitev osnih sil v vrveh 1 in 2 izračunamo novi legi vozlišč D' in E' glede na točko A ter novi dolžini vrvi L_1' L_2'. Nato izračunamo še raztezek vrvi in osni sili v obeh vrveh.



$$D'(h\,\sin\varphi, h\,\cos\varphi) \quad \rightarrow \; L_1' = \sqrt{(a + h\sin\varphi)^2 + (h\cos\varphi)^2} = 7.8437\,\mathrm{m},$$
$$E'(2h\,\sin\varphi, 2h\,\cos\varphi) \rightarrow \; L_2' = \sqrt{(a + 2h\sin\varphi)^2 + (2h\cos\varphi)^2} = 7.8437\,\mathrm{m}.$$

Raztezka in specifična raztezka v vrvi sta

$$\Delta L_1 = L_1' - L_1 = 0.03345\,\mathrm{m} \qquad \rightarrow \quad \varepsilon_1 = \Delta L_1 / L_1 = 0.0042,$$
$$\Delta L_2 = L_2' - L_2 = 0.04481\,\mathrm{m} \qquad \rightarrow \quad \varepsilon_2 = \Delta L_2 / L_2 = 0.00384.$$

Posledično sta osni sili v vrveh

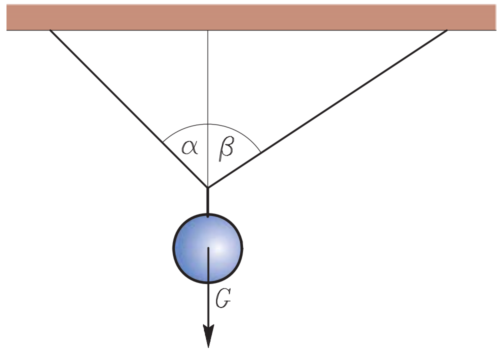
$$N_1 = \sigma_1\,A_v = E_v\,\varepsilon_1\,A_v = 21000 \cdot 0.00420 \cdot 0.2826 = 25.42\,\mathrm{kN},$$
$$N_2 = \sigma_2\,A_v = E_v\,\varepsilon_2\,A_v = 21000 \cdot 0.00384 \cdot 0.2826 = 22.80\,\mathrm{kN}.$$

Obtežbo vetra p izračunamo iz momentnega ravnotežnega pogoja na točko A

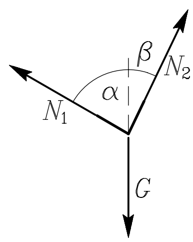
$$\sum M_Z^A = p\,3h\,\frac{3h}{2} - N_1 \frac{a}{L_1} h - N_2 \frac{a}{L_2} 2h \quad \rightarrow \quad p = 1.91\,\mathrm{kN/m}.$$

2. naloga

Na verigo dolžine l obesimo lestenec, kot kaže slika. Določi kota α in β, da bo razmerje sil na obeh konceh verige 1:2! Rešitev te naloge je neskončno. Vzemimo, da večja od obeh sil v verigi ne sme presegati teže lestenca. (Namig: izberi si kot α ali β, iz pogoja v razmerju sil določi drugega ter preveri, če je večja od obeh sil manjša od teže lestenca. Če je manjša, je naloga zaključena, če ni, si moraš prvi kot izbrati ponovno.) Določi, v kolikšnem razmerju sta dolžini verige levo in desno od člena verige, na katerega smo obesili lestenec!



Rešitev: Najprej zapišemo ravnotežne enačbe za del verige okoli prijemališča sile G:



$$\sum X = 0 \qquad \rightarrow \quad N_1 \sin\alpha - N_2 \sin\beta = 0,$$
$$\sum Y = 0 \qquad \rightarrow \quad N_1 \cos\alpha + N_2 \cos\beta - G = 0.$$

Ob upoštevanju pogoja, da je $N_2 = 2N_1$, dobimo zvezo med kotoma α in β

$$N_1 \sin\alpha = 2N_1 \sin\beta \quad \rightarrow \quad \sin\alpha = 2\sin\beta \quad \rightarrow \quad \beta = \arcsin\frac{\sin\alpha}{2}.$$

Če izberemo $\alpha = 60°$, dobimo

$$\beta = \arcsin\frac{\sin 60°}{2} = 25.66°.$$

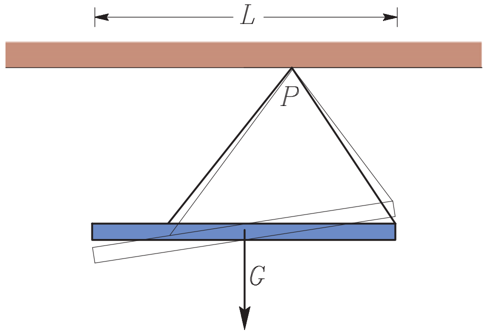
Iz druge ravnotežne enačbe izračunamo osno silo N_1 oziroma N_2

$$N_1 \cos\alpha + 2N_1 \cos\beta - G = 0 \quad \rightarrow \quad N_1 = \frac{G}{\cos\alpha + 2\cos\beta} = 0.434\,G < G$$
$$\rightarrow \quad N_2 = 2\,N_1 = 0.869\,G < G$$

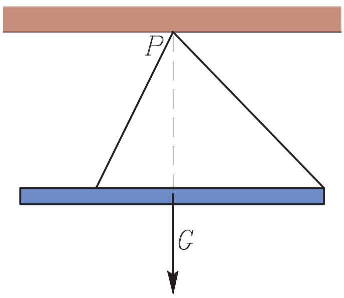
Ker sta obe osni sili manjši od G, je naloga rešena.

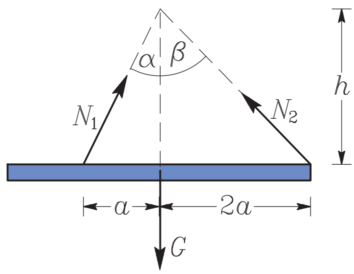
3. naloga

Greda konstantnega prečnega prereza dolžine L je obešena na dve neraztegljivi vrvi, kot kaže slika. Prijemališče ene vrvi je na enem koncu grede, prijemališče druge pa na četrtini razpona. Določi lego točke P, pri kateri je greda v vodoravnem ravnotežnem položaju! Vzemimo sedaj, da sta vrvi raztegljivi. Bo greda v tem primeru še vedno vodoravna? Utemelji odgovor!



Rešitev: Če sta vrvi neraztegljivi, bo greda vodoravna le v primeru, da točka P leži točno nad prijemališčem sile G, tako kot kaže spodnja slika.





Da bi ugotovili, ali greda ostane vodoravna, moramo preveriti, kolikšni sta navpični komponenti pomikov v prijamališčih vrvi z gredo. Če označimo dolžino levega dela vrvi z L_1, desnega pa z L_2, izrazimo sinuse in kosinuse kotov α in β takole:

$$\sin\alpha = \frac{a}{L_1}, \qquad \cos\alpha = \frac{h}{L_1}, \qquad \sin\beta = \frac{2a}{L_2}, \qquad \cos\beta = \frac{h}{L_2}.$$

Iz ravnotežnega pogoja v vodoravni smeri lahko določimo razmerje med osnima silama

$$\sum X = 0 \quad\rightarrow\quad N_1 \sin\alpha - N_2 \sin\beta = 0 \quad\rightarrow\quad N_1 = N_2 \frac{2L_1}{L_2}.$$

Navpični komponenti pomikov v prijamališčih vrvi z gredo izračunamo z enačbama

$$u_{1y} = u_1 \cos\alpha = \varepsilon_1\, L_1 \cos\alpha = \frac{N_1}{EA} L_1 \frac{h}{L_1} = \frac{N_2\, h}{EA}\frac{2L_1}{L_2},$$
$$u_{2y} = u_2 \cos\beta = \varepsilon_2\, L_2 \cos\beta = \frac{N_2}{EA} L_2 \frac{h}{L_2} = \frac{N_2\, h}{EA}.$$

Vidimo, da sta navpični komponenti pomikov enaki le v primeru, če je $L_2 = 2L_1$. To je res le v mejnem primeru, ko je vrv dolga le $3L/4$, oziroma ko je $h = 0$. Greda je v tem primeru tik pod stropom. V vseh drugih primerih, se greda zaradi raztegljivosti vrvi nagne.

Naloge s sklepnega tekmovanja za 4. letnike

1. naloga

Dva delavca nosita lesen hlod konstantnega prečnega prereza in konstantne gostote z dolžino $L = 5\,\mathrm{m}$. Teža hloda je $1\,\mathrm{kN}$. Prvi delavec lahko nosi največ $0.5\,\mathrm{kN}$, drugi pa največ $0.7\,\mathrm{kN}$. Kako lahko nosita hlod? Vse možne načine nošenja hloda predstavi v obliki neenačb! Rešitev lahko prikažeš tudi grafično, tako da v kvadratu 5×5 m pobarvaš tisti del, ki predstvalja možne lege prvega in drugega delavca!

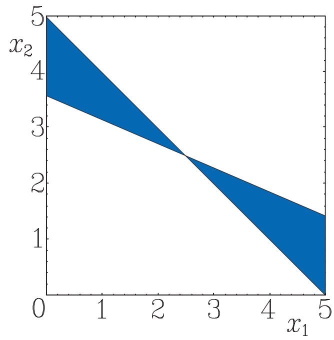
Rešitev: Za rešitev enake naloge z nekoliko spremenjenimi podatki glej 4. nalogo predtekmovanja za 3. letnike.

Za $x_1 < x_2$ velja:

$$0.3\,x_1 + 0.7\,x_2 \geq 2.5,$$
$$0.5\,x_1 + 0.5\,x_2 \leq 2.5.$$

Za $x_2 < x_1$ velja:

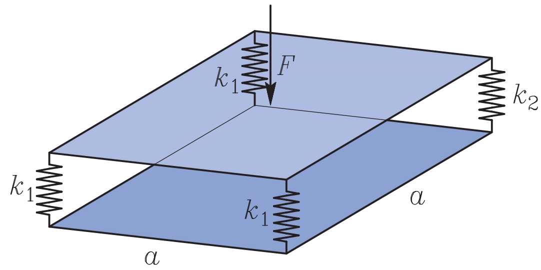
$$0.3\,x_1 + 0.7\,x_2 \leq 2.5,$$
$$0.5\,x_1 + 0.5\,x_2 \geq 2.5.$$



Rešitve tega sistema neenačb prikažemo z diagramom. Pobarvano področje predstavlja množico možnih prijemališč sil.

2. naloga

Stikalo na sliki tvorita dve togi plošči, ki sta med seboj oddaljeni za $h = 0.5\,\mathrm{cm}$. Plošči sta povezani z vzmetmi $k_1 = 2\,\mathrm{N/cm}$ in $k_2 = 1\,\mathrm{N/cm}$. Če na stikalo pritisnemo na sredini zgornje plošče s silo $F = 2.5\,\mathrm{N}$, se plošči dotakneta ena druge. Izračunaj sile in pomike v vseh štirih vzmeteh!

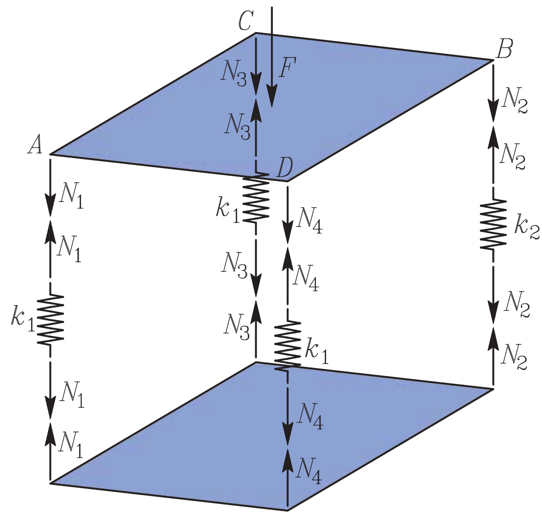


Rešitev: Ker je vzmet k_2 bolj podajna od vzmeti k_1, se bosta zaradi sile F plošči najprej dotaknili v točki B. Pomik v točki B bo enak $h = 0.5\,\mathrm{cm}$.

Sila v vzmeti B bo tedaj:

$$N_2 = -k_2\, h = -0.5\,\mathrm{N}.$$

Iz ravnotežnih pogojev za zgornjo ploščo izračunamo vse druge sile:



$$
\begin{aligned}
&\sum M^{AB} = 0 && \rightarrow N_3 a\sqrt{2}/2 - N_4 a\sqrt{2}/2 = 0, && \rightarrow N_3 = N_4,\\
&\sum M^{CD} = 0 && \rightarrow N_1 a\sqrt{2}/2 - N_2 a\sqrt{2}/2 = 0, && \rightarrow N_1 = N_2,\\
&\sum Z = 0 && \rightarrow N_1 + N_2 + N_3 + N_4 - F = 0.
\end{aligned}
$$

Iz zgornjih enačb sledi

$$N_1 = N_2 = -0.5\,\mathrm{N}, \qquad N_3 = N_4 = -0.75\,\mathrm{N}.$$

Pomiki v vezeh so sorazmerni s silami v vzmeteh $w = N/k$:

$$w_A = \frac{N_1}{k_2} = -0.25\,\mathrm{cm}, \quad w_B = \frac{N_1}{k_1} = -0.5\,\mathrm{cm},$$

$$w_C = w_D = \frac{N_3}{k_2} = -0.375\,\mathrm{cm}.$$

3. naloga

Glej 3. nalogo pri 3. letnikih.

Praktična naloga za 3. in 4. letnik

Tekmovalce smo razdelili v skupine z dvema tekmovalcema. Pri tem smo pazili, da so bile ekipe sestavljene s tekmovalci različnih šol.

Navodila za reševanje praktične naloge

Vsaka ekipa dobi vrečko s 15 ploščicami, 7 dolgimi in 6 kratkimi mozniki. Vaša naloge je, da iz materiala, ki smo vam ga pripravili, zgradite most, ki bo premostil 20 cm široko dolino. Pri delu smete uporabiti ves material, ki ste ga dobili, a nobenega drugega.

Most mora biti zgrajen in postavljen tako, da se ob preizkusni obremenitvi ne bo zvrnil.

Most bomo obremenili s točkovno silo na sredini razpona, zato mora biti most pripravljen tako, da bomo na sredino mostu lahko postavili obtežbo.

Po koncu tekmovanja bo žirija najprej izbrala najlepšega, nato bo mostove obremenila. Pri obremenjevanju bomo zapisali dve vrednosti: obtežbo, pri kateri pomik na sredini razpona doseže 2 cm ter porušno obtežbo.

Skupna ocena te naloge bo torej sestavljena iz treh delov: estetika (max. 5 točk), deformabilnost (max. 10 točk), trdnost (max.15 točk).

Za gradnjo mostu imate na voljo 30 minut.

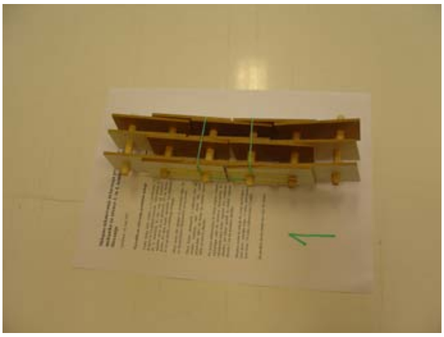
Rezultati

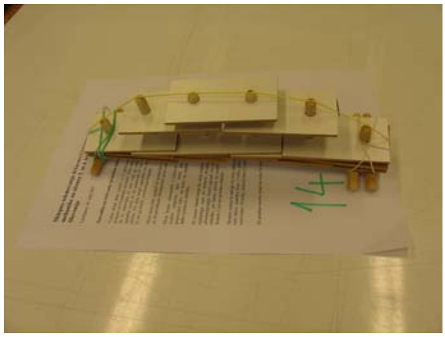
Udeleženci tekmovanja so se pri tej nalogi zelo izkazali. Čeprav so imeli na voljo enake osnovne elemente, so bili končni izdelki zelo različni. Razen izjem je bila njihova nosilnost presenetljivo visoka.

Del ocene je predstavljala subjektivna ocena glede na izgled izdelkov. Ocenjevali so vsi prisotni mentorji s srednjih šol in dva predstavnika ocenjevalne komisije s Fakultete za gradbeništvo in geodezijo.

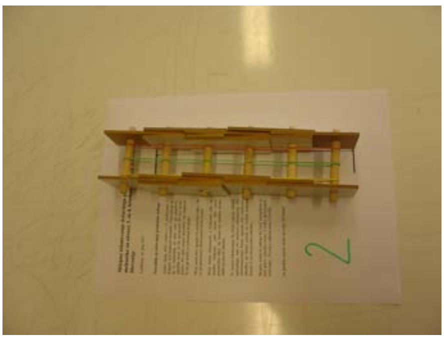
Na naslednjih straneh prikazujemo nakaj najbolj posrečenih ”mostičev”.

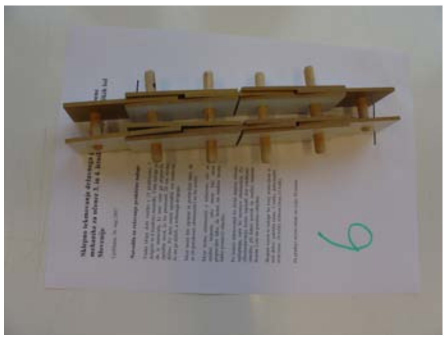
Vse skupine so začele z enakim materialom in orodjem.



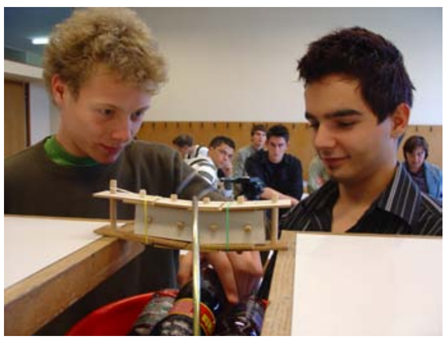


Dva, po mnenju komisije, najlepša mosta.





Tudi ta dva mosta sta spadala med lepše.



Nekatere mostove tudi velika obtežba Cockte ali Ledenega čaja ne more porušiti.