10.

SLOVENSKO DRŽAVNO PRVENSTVO V GRADBENI MEHANIKI

LJUBLJANA, 19. MAJ 2004

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

10. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki

Univerza v Ljubljani

Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Goran Turk, Dejan Zupan, Rado Flajs in Igor Planinc

Ljubljana, 19. maj 2004

10. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki Ljubljana 2004

Letos smo na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo organizirali že 10. državno prvenstvo v gradbeni mehaniki. Prvenstvo je pripravil organizacijski odbor v sestavi:

Goran Turk,
Stane Srpčič,
Igor Planinc,
Rado Flajs,
Dejan Zupan,
Alenka Ambrož–Jurgec (Srednja gradbena šola, Maribor),
Bojan Lutman (Srednja tehniška in zdravstvena šola, Novo mesto),
Irena Posavec (Srednja tehniška šola, Celje),
Marlenka Žolnir Petrič (Srednja tehniška šola, Celje) in
Duška Tomšič (Srednja gradbena in ekonomska šola, Ljubljana).

Na tekmovanje smo povabili dijakinje in dijake tretjih in četrtih letnikov srednjih tehniških šol in tehniških gimnazij. Odbor je pripravil naloge za predtekmovanje in sklepno tekmovanje ter pregledal in ocenil izdelke tekmovalk in tekmovalcev.

Na predtekmovanje se je prijavilo 90 dijakinj in dijakov tretjega in 56 dijakinj in dijakov četrtega letnika. V sredo, 21. aprila 2004, so na srednjih šolah reševali enake predtekmovalne naloge. Dvaintrideset najuspešnejših dijakov na predtekmovanju se je uvrstilo na sklepno tekmovanje, ki je potekalo 19. maja 2004 v prostorih Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Na sklepno tekmovanje so se uvrstile naslednje dijakinje in dijaki:

3. letnik		
ime in priimek	**kraj**	**mentor**
Marko Avbar	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
Branka Ban	Novo mesto[5]	Nevenka Cesar
Jerneja Bogovič	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
Matej Glinšek	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
Kristijan Hacin	Ljubljana[2]	Duška Tomšič
Damir Hamzić	Ljubljana[2]	Duška Tomšič
Jožef Klepec	Novo mesto[5]	Nevenka Cesar
Gorazd Krese	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
Urša Lutman	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
Mateja Pešak	Maribor[3]	Maja Lorger
Bojan Preložnik	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
Kristina Prijatelj	Ljubljana[2]	Duška Tomšič
Martin Reberšek	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
Ervin Struna	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
Simona Šiftar	Maribor[3]	Maja Lorger
Gašper Škulj	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
Jaka Špringer	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
Matej Zupančič	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
Blaž Žabkar	Novo mesto[4]	Bojan Lutman

4. letnik		
ime in priimek	**kraj**	**mentor**
Domen Aljaž	Ljubljana[2]	Majda Pregl
Željko Hajdinjak	Maribor[3]	Maja Lorger
Boštjan Jagodic	Ljubljana[2]	Majda Pregl
Goran Keser	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
Matija Kraševec	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
Mateja Novinić	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
Herman Pečevnik	Ljubljana[2]	Majda Pregl
Marko Pungrečar	Novo mesto[5]	Nevenka Cesar
Samo Simončič	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
Drago Staniša	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
Staš Stankovič	Novo mesto[4]	Bojan Lutman
Marko Steklačič	Ljubljana[2]	Majda Pregl
Ivan Vogrinec	Maribor[3]	Maja Lorger

[1] Poklicna in tehniška gradbena šola Celje
[2] Srednja gradbena, geodetska in ekonomska šola Ljubljana
[3] Srednja gradbena šola Maribor
[4] Šolski center Novo mesto, Srednja elektro šola in tehniška gimnazija
[5] Šolski center Novo mesto, Srednja gradbena in lesarska šola

Sklepno tekmovanje se je začelo 19. maja 2004 ob 11.00 na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Po 120 minutah reševanja nalog so si tekmovalke in tekmovalci ogledali laboratorij Inštituta za hidravlične raziskave.

Medtem je komisija za ocenjevanje v sestavi Bojan Čas, Rado Flajs, Igor Planinc in Dejan Zupan (vsi Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo) pregledala in ocenila naloge s sklepnega tekmovanja.

Po skupnem kosilu so bili popoldne v svečani dvorani Fakultete za gradbeništvo in geodezijo objavljeni rezultati. Pohvale in nagrade je dijakinjam in dijakom podelil prodekan FGG izr. prof. dr. Stane Srpčič, ki je tekmovanje tudi zaključil. Pohvaljeni so bili vsi udeleženci sklepnega tekmovanja, najuspešnejši pa so bili:

3. letnik			
ime in priimek	**kraj**	**nagrada**	**točke**
Gašper Škulj	Novo mesto	1. nagrada	80%
Jerneja Bogovič	Novo mesto	2. nagrada	70%
Gorazd Krese	Novo mesto	3. nagrada	50%
Simona Šiftar	Maribor	3. nagrada	50%
Blaž Žabkar	Novo mesto	3. nagrada	50%
4. letnik			
ime in priimek	**kraj**	**nagrada**	**točke**
Drago Staniša	Novo mesto	1. nagrada	75%
Staš Stankovič	Novo mesto	2. nagrada	72%
Matija Kraševec	Novo mesto	3. nagrada	67%

V naslednjih dveh preglednicah prikazujemo nekatere podatke o tem, kako so dijakinje in dijaki reševali predtekmovalne naloge in naloge na sklepnem tekmovanju. Najvišja možna ocena za posamezno nalogo je 25%.

Povprečna ocena na predtekmovanju je bila približno enaka kot lani, ko je bilo povprečje za tretje letnike 27.22% za četrte pa 34.90%.

Na sklepnem tekmovanju so bile ocene v povprečju praktično enake ocenam na predtekmovanju in so bile enaka kot lani (lani v tretjih letnikih 30.71%, v četrtih pa 41.35%). Ocena, potrebna za uvrstitev na sklepno tekmovanje, je bila za 3. letnike 60% ali več, za četrte pa 40% ali več.

predtekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	17.13	5.81	11.76	6.54	41.25
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	25	25	25	25	100

predtekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	9.59	5.41	1.73	8.98	25.71
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	25	25	25	25	75

sklepno tekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	10.00	6.67	10.56	7.50	34.72
najnižja ocena	5	0	0	0	10
najvišja ocena	15	25	25	25	80

sklepno tekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	7.96	10.69	10.92	6.54	35.85
najnižja ocena	0	5	0	0	5
najvišja ocena	25	18	25	25	75

Glede na povprečne ocene posameznih nalog na predtekmovanju sklepamo, da sta bili dijakom najtežji 2. naloga pri tretjih letnikih ter 2. in 3. naloga pri četrtih. Na sklepnem tekmovanju je bila dijakom najtežja 4. naloga v obeh letnikih ter 2. naloga pri tretjih in 1. pri četrtih letnikih.

Zanimivo je tudi, koliko tekmovalk in tekmovalcev je pravilno rešilo posamezne naloge. Razveseljivo je, da ste le dve nalogi taki, da ju ni nihče pravilno rešil. To sta nalogi s sklepnega tekmovanja in sicer 1. naloga za tretje letnike in 2. naloga za četrte. Glede na to sta bili najpreprostejši 1. in 2. naloga ze tretje letnike na predtekmovanju. Te je previlno rešilo kar 37 oziroma 21 dijakinj in dijakov.

Število tekmovalk in tekmovalcev, ki so pravilno rešili posamezne naloge			
predtekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
37	3	21	6
predtekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
5	4	1	6
sklepno tekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
0	1	3	3
sklepno tekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
1	0	4	1

Tekmovanje so finančno podprli:
Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport;
Slovensko društvo gradbenih konstruktorjev;
Slovensko društvo za mehaniko;
Vegrad, Velenje;
Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani.

Vsem sponzorjem se za izkazano podporo iskreno zahvaljujemo.

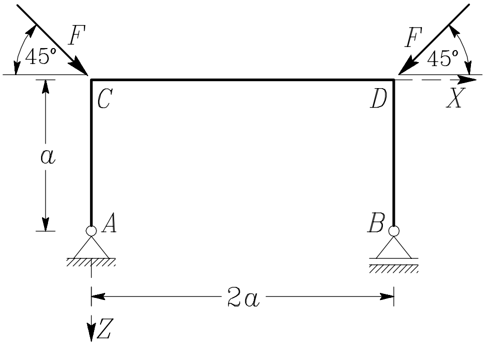
Informacije o tekmovanju lahko najdete tudi na internetu:
`http://www.km.fgg.uni-lj.si/tekma/tekma.htm`.

Naloge s predtekmovanja za 3. letnike

1. naloga

Določi notranje sile (osno in prečno silo ter upogibni moment) v prikazanem lomljenem prostoležečem nosilcu!

$a = 1\,\mathrm{m}$, $F = 2\,\mathrm{kN}$.



Rešitev: Izračunajmo najprej reakcije konstrukcije:

$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \; A_X + F\frac{\sqrt{2}}{2} - F\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad \rightarrow A_X = 0\,\mathrm{kN},$$

$$\sum M_Y^A = 0 \quad \rightarrow \; -F\frac{\sqrt{2}}{2}\,a + F\frac{\sqrt{2}}{2}\,a - F\frac{\sqrt{2}}{2}\,2a - B_Z\,2a = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \; B_Z = -F\frac{\sqrt{2}}{2} = -1.414\,\mathrm{kN},$$

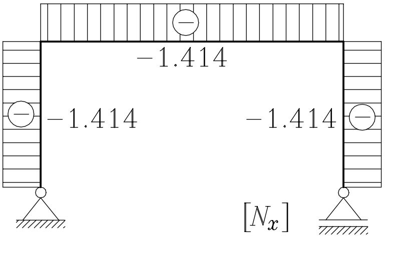
$$\sum Z = 0 \quad \rightarrow \; A_Z + B_Z + F\sqrt{2} + F\sqrt{2} = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \; A_Z = -F\frac{\sqrt{2}}{2} = -1.414\,\mathrm{kN}.$$

Iz ravnotežnih pogojev za dele nosilca (na primer za del nosilca v polju AC) lahko ugotovimo, da so upogibni momenti in prečne sile v lomljenem prostoležečem nosilcu enake nič. Od nič različna notranja sila je le osna sila, ki je konstantna:

$N_x = -F = 2\,\mathrm{kN}.$

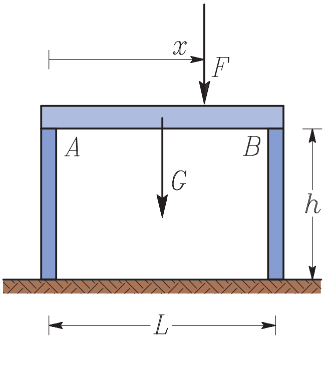
Diagram osne sile N_x prikazujemo na sliki.



2. naloga

Na dva stebra višine h je prosto položen nosilec s težo $G = 10\,\mathrm{kN}$. Desni steber se segreje za $10°C$, v levem pa se temperatura ne spremeni. Določi prijemališče sile $F = 50\,\mathrm{kN}$, da bo nosilec ostal vodoraven!

$L = 5\,\mathrm{m}$, $h = 3\,\mathrm{m}$,
$A_s = 200\,\mathrm{cm}^2$, $E_s = 1500\,\mathrm{kN/cm}^2$,
$\alpha_{Ts} = 0.00001\,(°C)^{-1}$.



Rešitev: Iz momentnih ravnotežnih pogojev glede na obe podpori nosilca lahko določimo reakciji nosilca A in B, ki sta enaki navpični obtežbi na stebra oziroma osnim notranjim silam N_{xA} in N_{xB} v stebrih

$$\sum M_Y^A = 0 \;\rightarrow\; -G\,\frac{L}{2} - F\,x - B\,L = 0 \qquad \rightarrow \quad B = -\frac{G}{2} - \frac{F\,x}{L},$$
$$\sum M_Y^B = 0 \;\rightarrow\; A\,L + G\,\frac{L}{2} + F\,(L-x) = 0 \quad \rightarrow \quad A = -\frac{G}{2} - \frac{F\,(L-x)}{L}.$$

Če želimo, da nosilec ostane vodoraven, morata biti navpična pomika u_A in u_B na vrhu obeh stebrov enaka. Navpična pomika sta

$$u_A = N_{xA}\,\frac{h}{A_s\,E_s} = \left(-\frac{G}{2} - \frac{F\,(L-x)}{L}\right)\frac{h}{A_s\,E_s},$$
$$u_B = N_{xB}\,\frac{h}{A_s\,E_s} + \alpha_{Ts}\,\Delta T\,h = \left(-\frac{G}{2} - \frac{F\,x}{L}\right)\frac{h}{A_s\,E_s} + \alpha_{Ts}\,\Delta T\,h.$$

Ker mora biti $u_A = u_B$ oziroma $u_A - u_b = 0$, dobimo za določitev prijemališča sile F linearno enačbo

$$\left(-\frac{G}{2} - F + \frac{F\,x}{L} + \frac{G}{2} + \frac{F\,x}{L}\right)\frac{h}{A_s\,E_s} - \Delta T\,\alpha_{Ts}\,h = 0.$$

Po preureditvi dobimo izraz

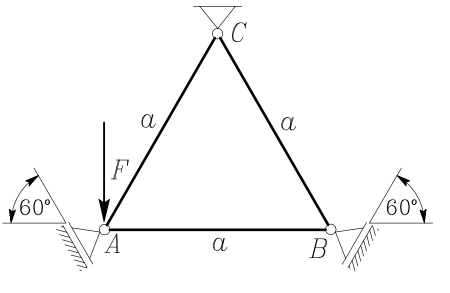
$$\frac{2F\,x}{L} = F + \Delta T\,\alpha_{Ts}\,A_s\,E_s \quad \rightarrow \quad x = \frac{(F + \Delta T\,\alpha_{Ts}\,A_s\,E_s)\,L}{2\,F} = 0.8\,L =$$
$$= 4\,\mathrm{m}.$$

Prijemališče sile F mora biti oddaljeno za 4 m od levega stebra.

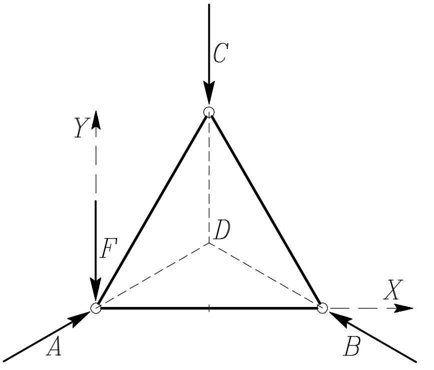
3. naloga

Določi reakcije in osne sile v prikazani konstrukciji! Podpore A, B in C so v ogliščih enakostraničnega trikotnika. Če reakcij ne moreš izračunati, utemelji zakaj.

$a = 1\,\mathrm{m}$,
$F = 2\,\mathrm{kN}$.



Rešitev: Iz slike je razvidno, da grejo smernice vseh treh reakcij skozi točko D – središče trikotnika ABC. Iz momentnega ravnotežnega pogoja glede na točko D



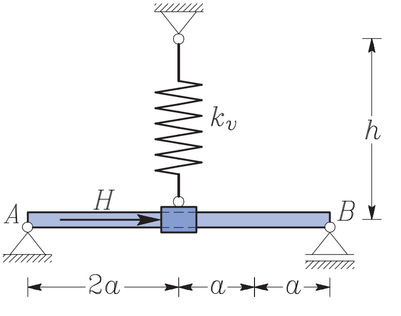
$$\sum M_Z^D = 0 \quad \rightarrow \quad -F\frac{a}{2} = 0$$

sledi, da mora biti velikost sile F ali razdalje a enaka nič. To pa je protislovje, zato reakcij ne moremo določiti.

Vzrok za to je v tem, ker tri sile (A, B in C) v ravnini, katerih smernice se sekajo v eni točki, ne morejo uravnotežiti poljubne sile. Uravnotežijo lahko le tiste sile, katerih smernice potekajo skozi točko D.

4. naloga

Konstrukcijo sestavlja nosilec, linearna vzmet s togostjo k_v in vodilo, ki povezuje vzmet z nosilcem. Vodilo se lahko brez trenja pomika vzdolž nosilca. Določi silo H, s katero premaknemo vodilo za razdaljo a v desno. Določi notranje sile (osno in prečno silo ter upogibni moment) v nosilcu.



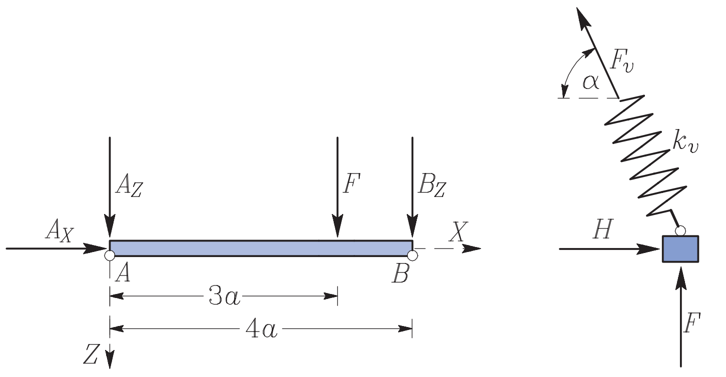
$a = 1\,\mathrm{m}$, $h = 2.5\,\mathrm{m}$, $k_v = 5\,\mathrm{kN/m}$.

Rešitev: Ločeno narišimo dva dela konstrukcije v deformirani legi, ko se vodilo premakne v desno. Pri tem je pomembno, da narišemo vse sile, ki na oba dela konstrukcije delujejo. Pri tem upoštevamo, da med vodilom in nosilcem ni trenja. Zato se z vodila na nosilec in obratno prenaša le navpična sila F. V deformirani legi je naklon vzmeti α:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{a}{h} = \frac{2.5}{1} \quad \rightarrow \quad \alpha = 68.20^\circ.$$

Sila v vzmeti F_v je produkt togosti vzmeti in njenega raztezka

$$F_v = k_v\, u_v = k_v \left(\sqrt{h^2 + a^2} - h\right) = 0.9629\,\mathrm{kN}.$$



Za oba ločena dela konstrukcije napišemo ravnotežne pogoje:

$$\sum_{\text{vzmet}} X = 0 \quad \rightarrow \quad H - F_v \cos\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad H = F_v \cos\alpha = 0.3576\,\text{kN},$$

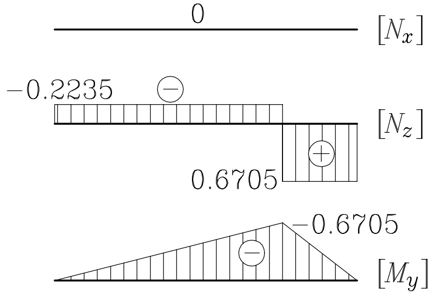
$$\sum_{\text{vzmet}} Z = 0 \quad \rightarrow \quad -F_v \sin\alpha - F = 0 \quad \rightarrow \quad F = -F_v \sin\alpha = -0.8940\,\text{kN},$$

$$\sum_{\text{nosilec}} X = 0 \quad \rightarrow \quad A_X = 0,$$

$$\sum_{\text{nosilec}} M_Y^A = 0 \quad \rightarrow \quad -F\,3a - B_Z\,4a = 0 \quad \rightarrow \quad B_Z = -\frac{3}{4}F = 0.6705\,\text{kN},$$

$$\sum_{\text{nosilec}} Z = 0 \quad \rightarrow \quad A_Z + B_Z + F = 0 \quad \rightarrow \quad A_Z = -\frac{1}{4}F = 0.2235\,\text{kN}.$$

Iz ravnotežnih enačb za del nosilca določimo notranje sile v nosilcu. Rezultate prikazujemo na naslednji sliki.



Naloge s predtekmovanja za 4. letnike

1. naloga

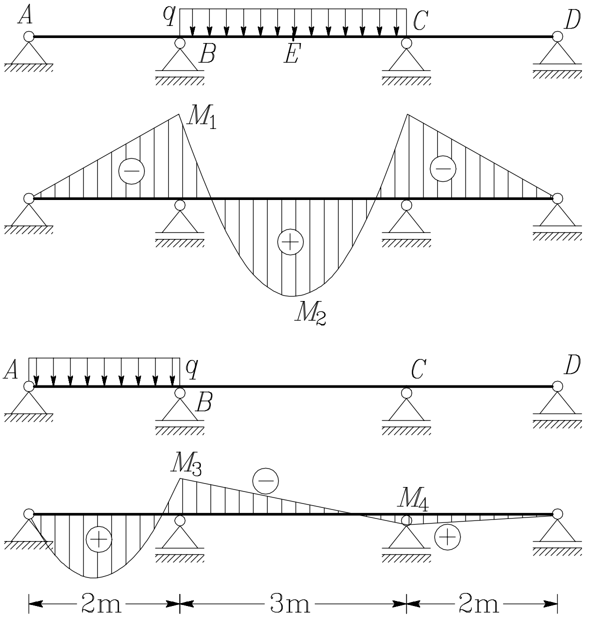
Glej četrto nalogo za 3. letnike!

2. naloga

Glej drugo nalogo za 3. letnike!

3. naloga

Obravnavamo kontinuirni nosilec čez tri polja. Za določitev notranjih sil si pomagamo z rešitvami, ki smo jih določili za dva značilna obtežna primera. Notranje sile v kontinuirnem nosilcu za poljubni obtežni primer določimo s seštevanjem notranjih sil za značilne obtežne primere.



Določi upogibni moment nad obema podporama in na sredini srednjega nosilca za obtežni primer z lastno težo $g = 10\,\mathrm{kN/m}$. Ta je porazdeljena enakomerno po celotnem kontinuirnem nosilcu.

$M_1 = -0.5192\,q$, $M_2 = 0.6058\,q$, $M_3 = -0.2198\,q$, $M_4 = 0.0659\,q$.

Nato nosilec dodatno obteži še s koristno obtežbo $p = 5\,\mathrm{kN/m}$ tako, da bo nad podporo B največji negativni upogibni moment. Kolikšen je?

Rešitev: Upogibni moment nad podporama zaradi lastne teže, ki deluje vzdolž celotne dolžine nosilca, je:

$$
\begin{aligned}
M_{yB} = M_{yC} &= (M_1 + M_3 + M_4)\,g \\
&= (-0.5192 - 0.2198 + 0.0659) \cdot 10 = -6.731\,\mathrm{kNm}.
\end{aligned}
$$

Upogibni moment na sredini srednjega nosilca zaradi lastne teže je

$$
\begin{aligned}
M_{yE} &= \left(M_2 + 2\frac{M_3 + M_4}{2}\right) g = (M_2 + M_3 + M_4)\, g \\
&= (0.6058 - 0.2198 + 0.0659) \cdot 10 = 4.519\,\mathrm{kNm}.
\end{aligned}
$$

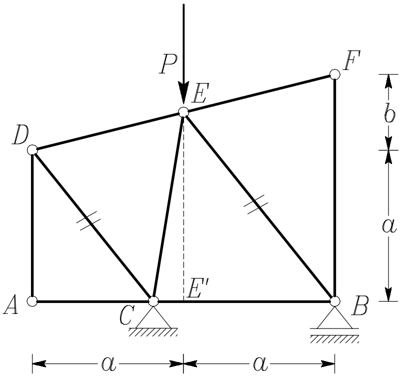
Iz diagramov upogibnih momentov zaradi obtežbe na različnih delih nosilca lahko vidimo, da bo največji negativni upogibni moment zaradi koristne obtežbe takrat, ko bo obtežba delovala na poljih od podpore A do C. V tem primeru bo skupni upogibni moment nad podporo B enak

$$
\begin{aligned}
M_{yB} &= (M_1 + M_3 + M_4)\, g + (M_1 + M_3)\, p \\
&= (-0.5192 - 0.2198 + 0.0659) \cdot 10 + (-0.5192 - 0.2198) \cdot 5 \\
&= -10.426\,\mathrm{kNm}.
\end{aligned}
$$

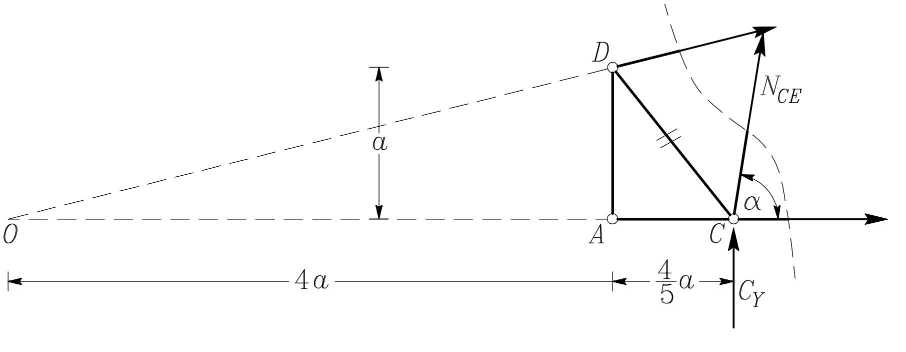
4. naloga

Določi notranjo silo v palici CE! Palici BE in CD sta vzporedni. Za določitev naklona palice CE si lahko pomagaš s podobnima trikotnikoma ACD in $E'BE$.

$a = 1\,\mathrm{m}$, $b = a/2$, $P = 2\,\mathrm{kN}$.



Rešitev: Nalogo najlažje rešimo tako, da konstrukcijo prerežemo na dva dela tako, kot kaže spodnja slika. Nato zapišemo momentno ravnotežno enačbo glede na točko O za levi del konstrukcije. V tej enačbi nastopata le neznana sila N_{AC}, ki jo iščemo, in reakcija C_Y.



Če želimo izračunati velikost reakcije C_Y in velikost osne sile N_{AC}, moramo izračunati dolžino daljic AC, CE', EE' in OA ter kot α. Ob upoštevanju podobnosti trikotnikov ACD in $E'BE$ ter OAD in OBF lahko izračunamo

$$
\begin{aligned}
&\overline{EE'} = a + \frac{b}{2} = a + \frac{a}{4} = \frac{5a}{4} = 1.25\,\mathrm{m},\\
&\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{E'B}}{\overline{E'E}} \quad \rightarrow \quad \overline{AC} = \frac{\overline{AD}\,\overline{E'B}}{\overline{E'E}} = \frac{4a}{5} = 0.80\,\mathrm{m},\\
&\overline{CE'} = \overline{AE'} - \overline{AC} = a - \frac{4a}{5} = \frac{a}{5} = 0.20\,\mathrm{m},\\
&\frac{\overline{OA}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{OA} + \overline{AB}}{\overline{BF}} \quad \rightarrow \quad \overline{OA} = \frac{\overline{AB}\;\overline{AD}}{\overline{BF} - \overline{AD}} = \frac{2a\,a}{a + b - a} = 4a = 4.00\,\mathrm{m},\\
&\overline{CB} = \overline{CE'} + \overline{E'B} = \frac{a}{5} + a = \frac{6a}{5} = 1.20\,\mathrm{m},\\
&\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AC} = 4a + \frac{4a}{5} = \frac{24a}{5} = 4.80\,\mathrm{m},\\
&\mathrm{tg}\alpha = \frac{\overline{E'E}}{\overline{CE'}} = \frac{5a/4}{a/5} = \frac{25}{4} \quad \rightarrow \quad \alpha = 80.91^\circ.
\end{aligned}
$$

Reakcijo C_Y določimo iz momentnega ravnotežnega pogoja za celotno konstrukcijo glede na točko B:

$$
\sum M_Z^B = 0 \quad \rightarrow \quad P\,\overline{E'B} - C_Y\,\overline{BC} = 0 \quad \rightarrow \quad C_Y = \frac{P}{1.2} = 1.667\,\mathrm{kN}.
$$

Osno silo v palici CE določimo iz momentnega ravnotežnega pogoja za levi izrezani del konstrukcije glede na točko O

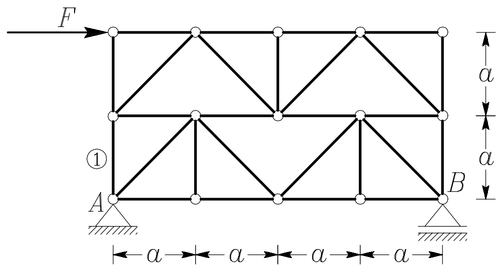
$$
\sum_{\text{levi del}} M_Z^O = 0 \quad \rightarrow \quad C_Y\,\overline{OC} + N_{CE}\,\overline{OC}\,\sin\alpha = 0 \quad \rightarrow
$$

$$
\rightarrow \quad N_{CE} = -\frac{C_Y}{\sin\alpha} = -1.6879\,\mathrm{kN}.
$$

Naloge s sklepnega tekmovanja za 3. letnike

1. naloga

Izračunaj reakcije v podporah in osno silo v označeni palici ①!
$F = 10\,\mathrm{kN}$, $a = 2\,\mathrm{m}$.

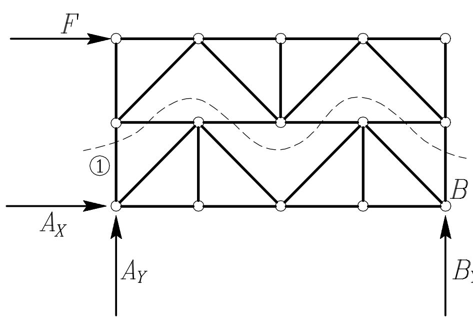


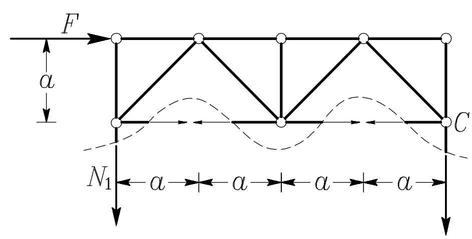
Rešitev: Reakcije podpor izračunamo iz ravnotežnih pogojev za celotno konstrukcijo:

$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad A_X + F = 0 \quad \rightarrow \quad A_X = -F = -10\,\mathrm{kN},$$

$$\sum M_Z^B = 0 \quad \rightarrow \quad -F\,2a - A_Y\,4a = 0 \quad \rightarrow \quad A_Y = -\frac{F}{2} = -5\,\mathrm{kN},$$

$$\sum Y = 0 \quad \rightarrow \quad A_Y + B_Y = 0 \quad \rightarrow \quad B_Y = -A_Y = \frac{F}{2} = 5\,\mathrm{kN}.$$



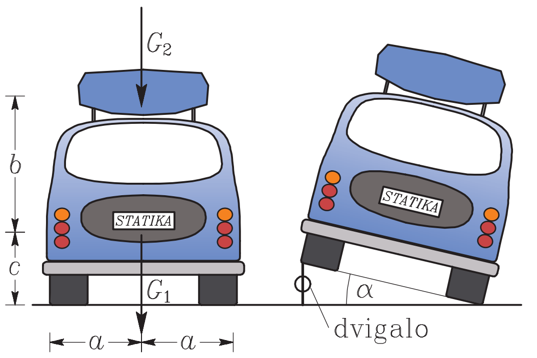


Za določitev osne sile v označeni palici paličje prerežemo tako, kot kaže zgornja slika. Nato zapišemo momentno ravnotežno enačbo za zgornji del paličja glede na točko C. To točko izberemo zato, ker gredo smernice vseh drugih neznanih osnih sil prav skozi to točko. Tako dobimo

$$\sum_{\text{zgornji del}} M_Z^C = 0 \quad \rightarrow \quad -F\,a + N_1\,4a = 0 \quad \rightarrow \quad N_1 = \frac{F}{4} = 2.5\,\mathrm{kN}.$$

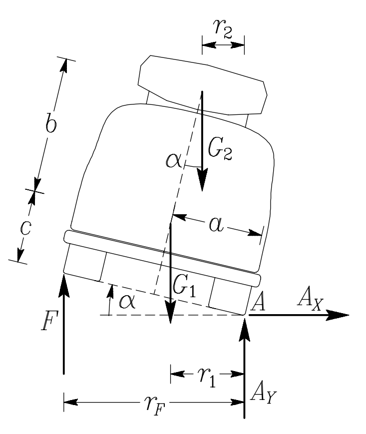
2. naloga

Nekdo mora pogledati pod svoje vozilo. Vozilo dvigne s priročnim dvigalom tako, kot je prikazano na sliki. Določi silo F, s katero dvigalo dviguje vozilo v odvisnosti od kota α! Nariši tudi graf funkcije $F(\alpha)$! Pri katerem kotu bi se vozilo prevrnilo? Predpostavi, da dvigalo deluje v navpični smeri. Z a, b in c označujemo prijemališča sil G_1 in G_2.



$G_1 = 6\,\mathrm{kN}$, $G_2 = 1\,\mathrm{kN}$, $a = 0.8\,\mathrm{m}$, $b = 1.2\,\mathrm{m}$, $c = 0.5\,\mathrm{m}$.

Rešitve: Silo F določimo iz momentnega ravnotežnega pogoja glede na točko A



$$\sum M_Z^A = 0 \quad \rightarrow \quad G_1\, r_1 + G_2\, r_2 - F\, r_F = 0$$

$$F = \frac{G_1\, r_1 + G_2\, r_2}{r_F},$$

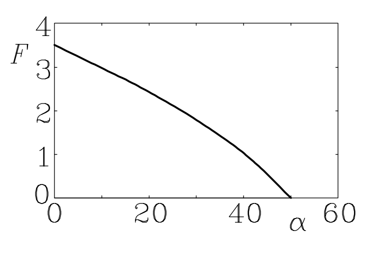
kjer so r_1, r_2 in r_F ročice sil, ki jih izračunamo z naslednjimi izrazi:

$$r_1 = a\cos\alpha - c\sin\alpha,$$
$$r_2 = a\cos\alpha - (c+b)\sin\alpha,$$
$$r_F = 2a\cos\alpha.$$

Sila F, s katero dvigujemo vozilo, lahko zapišemo kot funkcijo kota α

$$F(\alpha) = \frac{G_1\,(a\cos\alpha - c\sin\alpha) + G_2\,(a\cos\alpha - (c+b)\sin\alpha)}{2a\cos\alpha} =$$
$$= 3.5 - 2.9375\,\mathrm{tg}\alpha.$$

Vozilo se prevrne, če je kot večji od kota α_0, pri katerem je sila F enaka nič. Če rešimo enačbo



$$F(\alpha_0) = 3.5 - 2.9375\,\mathrm{tg}\alpha_0 = 0,$$

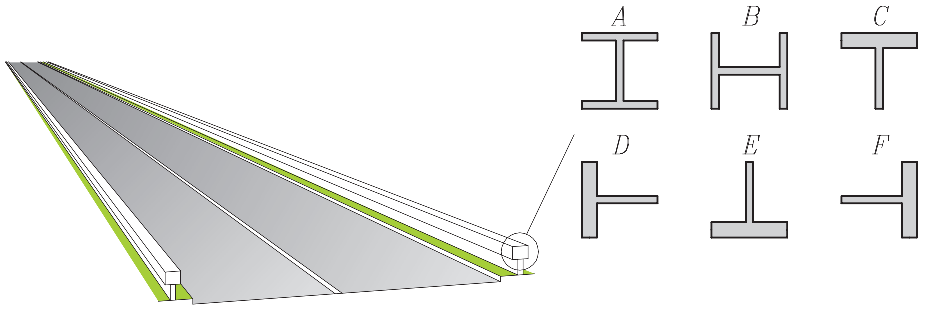
dobimo

$$\alpha_0 = \arctan\frac{3.5}{2.9375} = \arctan 1.1915 = 49.99^\circ.$$

3. naloga

Kateri izmed podanih profilov bi bil najprimernejši za odbojno ograjo ob cesti? Vsi profili so enako široki in visoki. Izdelani so iz enake pločevine. Le pasnica profila T ima dvojno debelino.

Pomembnejši del naloge je utemeljitev izbire najustreznejšega profila.



Rešitev: Za ograjo je najprimernejši tisti profil, ki ima največjo togost in največjo odpornost glede na vodoravno prečno obtežbo. Glede na to, da so vsi profili narejeni iz istega materiala, na togost vpliva le vztrajnostni moment okoli navpične osi. Izmed prikazanih profilov, ima največji vztrajnostni moment profil B. Odpornost je določena z odpornostnim momentom. Tudi v tem primeru je najprimernejši profil B, ki ima tudi največji odpornostni moment.

4. naloga

Prav gotovo si že pil Coca-Colo iz steklenice s slamico. Si bil kdaj presenečen, da je slamica čez čas prilezla iz steklenice? Poglejmo zakaj!

Vzemimo, da se je na slamico 'prilepilo' 60 zračnih mehurčkov okrogle oblike s polmerom $r = 0.5\,\mathrm{mm}$. Slamica je dolga $h = 20\,\mathrm{cm}$, premer slamice je $d = 4\,\mathrm{mm}$, debelina stene slamice pa je $t = 0.2\,\mathrm{mm}$. Specifična teža Coca-Cole je $\gamma_{CC} = 10\,\mathrm{N/l}$, plastike, iz katere je narejena slamica, pa $\gamma_s = 7\,\mathrm{N/l}$.

Z upoštevanjem principa o vzgonu, ki pravi, da je teža plavajočega telesa enaka teži izpodrinjene tekočine, določi, kolikšen del slamice je potopljen v Coca-Coli.

Enačba za prostornino krogle: $V = 4/3\pi r^3$,
enačba za prostornino cevi: $V = \pi\, d\, t\, h$.

Rešitev: Izenačiti moramo težo slamice z vzgonom, ki je enak teži izpodrinjene tekočine. Zato najprej izračunamo prostornino slamice V_s, prostornino potopljenega dela slamice V_{sp} in prostornino šestdestih mehurčkov V_m:

$$
\begin{aligned}
V_s &= \pi\, d\, t\, h = \pi \cdot 4 \cdot 0.2 \cdot 200 = 502.655\,\mathrm{mm}^3,\\
V_{sp} &= \pi\, d\, t\, x = \pi \cdot 4 \cdot 0.2 \cdot x = 2.5133\, x,\\
V_m &= 60\,\frac{4}{3}\pi\, r^3 = 60\frac{4}{3}\pi\, 0.5^3 = 31.4159\,\mathrm{mm}^3,
\end{aligned}
$$

kjer je x dolžina potopljenega dela slamice. Teža slamice je

$$F_s = \gamma_s\, V_s = 7 \cdot 10^{-6} \cdot 502.655 = 0.003518\,\mathrm{N}.$$

Silo vzgona pa izračunamo po naslednji enačbi

$$
\begin{aligned}
F_v &= \gamma_{CC}(V_{sp} + V_m) = 10 \cdot 10^{-6} \cdot (2.5133\, x + 31.4159) =\\
&= 0.00031416 + 0.000025133\, x.
\end{aligned}
$$

Ko težo slamice izenačimo s silo vzgona, dobimo

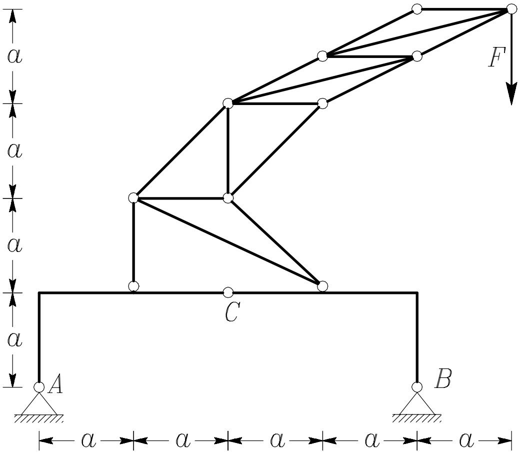
$$
\begin{aligned}
F_v = F_s \quad &\rightarrow \quad 0.003518 = 0.00031416 + 0.000025133\, x \quad \rightarrow\\
&\rightarrow \quad x = 127.5\,\mathrm{mm}.
\end{aligned}
$$

Potopljene je torej 63.7% slamice.

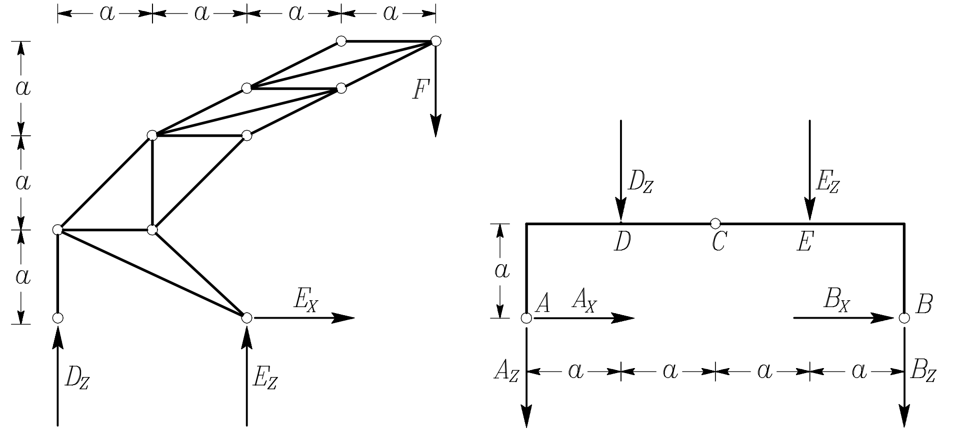
Naloge s sklepnega tekmovanja za 4. letnike

1. naloga

Na tročlenski okvir je postavljeno dvigalo tako, kot prikazuje slika. Določi notranje sile (osno silo, prečno silo in upogibni moment) v tročlenskem okvirju! Nariši diagrame notranjih sil!
$F = 10\,\mathrm{kN}$, $a = 2\,\mathrm{m}$.



Rešitev: Konstrukcijo razdelimo na paličje in tročlenski okvir, kot kaže slika. Reakcije paličja predstavljajo obtežbo na tročlenski okvir.



Reakcije za oba dela konstrukcije izračunamo iz ravnotežnih pogojev

$$\sum_{\text{paličje}} X = 0 \quad \rightarrow \; E_X = 0,$$

$$\sum_{\text{paličje}} M_Y^E = 0 \quad \rightarrow \; -F\,2a - D_Z\,2a = 0 \quad \rightarrow \quad D_Z = -F = -10\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_{\text{paličje}} Z = 0 \quad \rightarrow \; D_Z + E_Z - F = 0 \quad \rightarrow \quad E_Z = -D_Z + F = 2F = 20\,\mathrm{kN}.$$

$$\sum_{ACB} M_Y^B = 0 \qquad \rightarrow \; A_Z\,4a + D_Z\,3a + E_Z\,a - E_X a = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \; A_Z = \frac{1}{4a}\,(F\,3a - 2F\,a) = \frac{F}{4} = 2.5\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_{ACB} M_Y^A = 0 \qquad \rightarrow \; -B_Z\,4a - D_Z\,a - E_Z\,3a - E_X a = 0 \quad \rightarrow$$

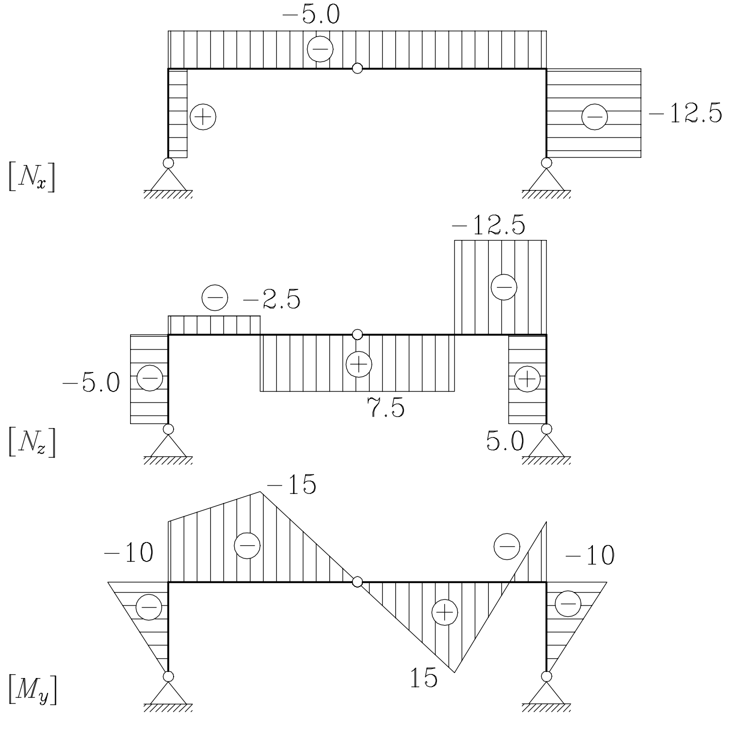
$$\rightarrow \; B_Z = \frac{1}{4a}\,(F\,a - 2F\,3a) = -\frac{5F}{4} = -12.5\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_{AC} M_Y^C = 0 \qquad \rightarrow \; A_X\,a + A_Z\,2a + D_Z\,a = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \; A_X = \frac{1}{a}\left(-\frac{F}{4}\,2a + F\,a\right) = \frac{F}{2} = 5\,\mathrm{kN},$$

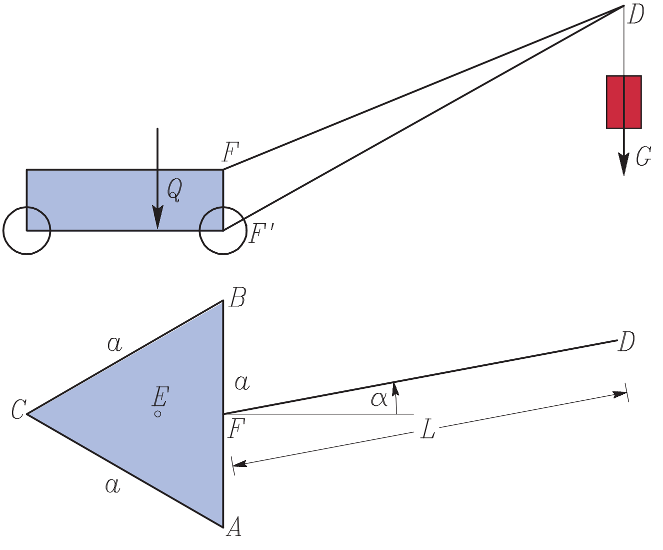
$$\sum_{ACB} X = 0 \qquad \rightarrow \; A_X + B_X = 0 \quad \rightarrow \quad B_X = -A_X = -5\,\mathrm{kN}.$$

Iz ravnotežnih pogojev za dele konstrukcij določimo notranje sile v točlenskem okviru. Rezultate prikazujemo na naslednji sliki.



2. naloga

Nosilno ogrodje premičnega dvigala na treh kolesih A, B in C ima obliko enakostraničnega trikotnika s stranico a. Ročica dvigala je sestavljena iz palic FD in $F'D$ in se lahko vrti okoli osi FF'. V točki D je prijemališče teže bremena G. Teža dvigala $Q = 150\,\mathrm{kN}$ ima prijemališče v težišču E trikotnika ABC. Določi najmanjšo silo G_k, ki prevrne dvigalo okoli osi AB in okoli osi AC v odvisnosti od kota α. Določi tudi kot α, pri katerem se lahko dvigalo prevrne okoli obeh osi. Vzemimo, da je $L = 2\,a$, $a = 5\,\mathrm{m}$.



Rešitev: Iz momentnega ravnotežnega pogoja glede na os AB določimo kritično silo $G_k(\alpha)$ za prevrnitev dvigala okoli osi AB (upoštevamo, da je polmer enakostraničnemu trikotniku včrtane krožinice enak $r = a\sqrt{3}/6$)

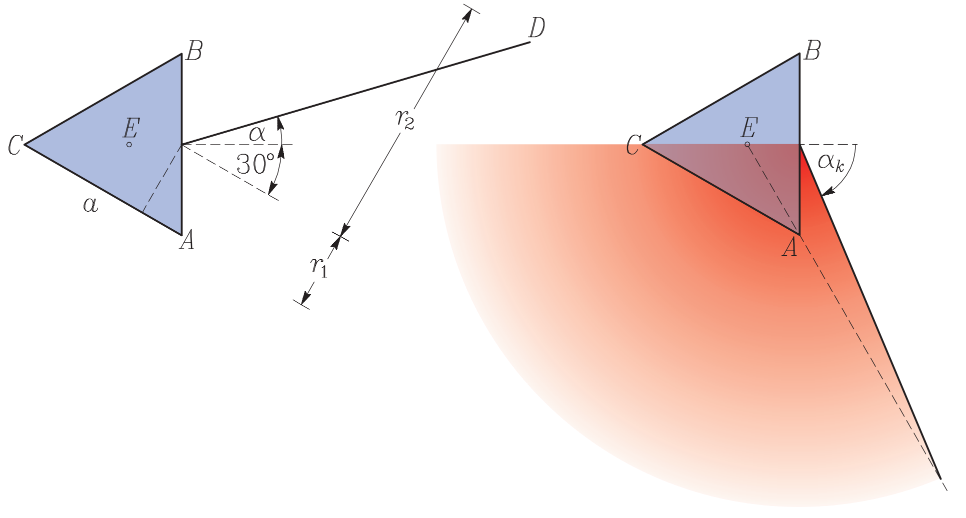
$$\sum M^{AB} = 0 \quad \rightarrow \quad Q\,r - G_k^{AB}\,L\,\cos\alpha = 0 \quad \rightarrow$$
$$\rightarrow \quad G_k^{AB} = \frac{Q\,r}{L\,\cos\alpha} = \frac{21.6506}{\cos\alpha}.$$

Nekoliko bolj zahtevna je določitev kritične sile $G_k(\alpha)$ za prevrnitev dvigala okoli osi AC. Iz slike vidimo, da lahko momentni ravnotežni pogoj glede na os AC zapišemo takole:

$$\sum M^{AC} = 0 \quad \rightarrow \quad Q\,r + G_k^{AC}\,(r_1 + r_2) = 0,$$

kjer je razdalji r_1 polovična višina enakostraničnega trikotnika, r_2 pa je odvisna od kota α

$$r_1 = \frac{a\sqrt{3}}{4},$$
$$r_2 = L\sin(\alpha + 30^\circ).$$



Ko te izraze vstavimo v ravnotežno enačbo, dobimo

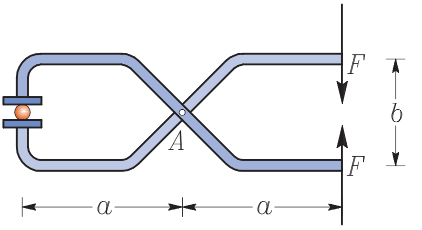
$$G_k^{AC} = -\frac{Q\,r}{\frac{a\sqrt{3}}{4} + L\sin(\alpha + 30^\circ)} = \frac{21.6506}{0.216506 + \sin(\alpha + 30^\circ)}.$$

Prevrnitev okoli osi AC je možna le v primeru, da je lega dvigala taka, kot je označeno na sliki. Kot α_k, pri katerem se dvigalo lahko prevrne tako okoli osi AB kot osi AC lahko določimo grafično iz prikazane slike ali numerično iz pogoja, da sta kritični sili za prevrnitev okoli obeh osi enaka, torej

$$G_k^{AB} = G_k^{AC} \quad \rightarrow \quad \alpha_k = -67.181^\circ.$$

3. naloga

S kleščami, ki so prikazane na sliki, poskušamo stisniti kroglico. Ker med kroglico in kleščami ni trenja, lahko predpostavimo, da sta sili, s katerima klešče stiskajo kroglico, navpični. Določi silo v vezi A! Določi tudi največje strižne napetosti v vijaku v vezi A.

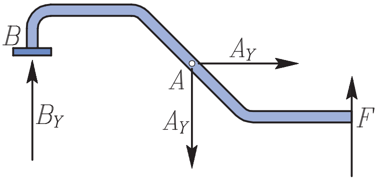


Največjo strižno napetost v vijaku (prerez vijaka je okrogel) izračunamo z enačbo

$$\tau_{max} = \frac{4\,Q}{3\,\pi\,R^2}.$$

Q je prečna sila, s katero je obremenjen vijak, oziroma sila v vezi, ki povezuje dva elementa konstrukcije. $R = 1.5$ mm je polmer prečnega prereza vijaka A.
$F = 0.2$ kN, $a = 7$ cm, $b = 3$ cm.

Rešitev: Narišimo le polovico klešč in označimo vse sile, ki na to polovico delujejo. Iz ravnotežnih pogojev za ta del klešč lahko izračunamo silo v vezi



$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad A_X = 0,$$
$$\sum M_Z^B = 0 \quad \rightarrow \quad F\,2a - A_Y\,a = 0$$
$$\rightarrow \quad A_Y = 2F = 0.4\,\mathrm{kN}.$$

Prečna sila v vijaku je enaka sili v vezi A, torej $Q = 0.4\,\mathrm{kN}$. Največjo strižno napetost v vijaku izračunamo z enačbo

$$\tau_{max} = \frac{4\,Q}{3\,\pi\,R^2} = \frac{4 \cdot 0.4}{3\,\pi\,1.5^2} = 0.07545\,\mathrm{kN/mm^2}.$$

4. naloga

Glej četrto nalogo za 3. letnike!

USTVARJENI, DA GRADIMO

VEGRAD d. d. , Velenje

1. reference ▸▸

2. novice ▾

3. o podjetju ▸▸

- vizitka

4. izdelki in storitve ▾

- BETONSKI PROIZVODI
- GRADBENA OPERATIVA
- LESNI PROIZVODI
- PRODAJA ZA TRG
- PROJEKTIRANJE

VEGRAD d.d.
Tel.: +386 (0)3 896 21 00
Faks.: +386 (0)3 896 22 00
Matična št.: 5075530
Davčna št.: 59866870
E-Pošta: info@vegrad.si

TURK, Goran; ZUPAN, Dejan; FLAJS, Rado; PLANINC, Igor
10. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki

Založnik: Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana

Oblikovanje naslovnice: SAJE, Veronika

Tisk: Fotokopiranje Slatner, s.p., Ljubljana

Obseg: 23 strani

Naklada: 100 izvodov

Ljubljana, 2005