9. SLOVENSKO DRŽAVNO PRVENSTVO V GRADBENI MEHANIKI

LJUBLJANA, 16. APRIL 2003

FAKULTETA ZA GRADBENIŠTVO IN GEODEZIJO

UNIVERZA V LJUBLJANI

9. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki

Univerza v Ljubljani

Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Goran Turk, Dejan Zupan, Rado Flajs in Igor Planinc

Ljubljana, 16. april 2003

9. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki Ljubljana 2003

Letos smo na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo organizirali že 9. državno prvenstvo v gradbeni mehaniki. Prvenstvo je pripravil organizacijski odbor v sestavi:

Goran Turk,
Stane Srpčič,
Igor Planinc,
Rado Flajs,
Dejan Zupan,
Alenka Ambrož–Jurgec (Srednja gradbena šola, Maribor),
Bojan Lutman (Srednja tehniška in zdravstvena šola, Novo mesto),
Irena Posavec (Srednja tehniška šola, Celje),
Marlenka Žolnir Petrič (Srednja tehniška šola, Celje) in
Duška Tomšič (Srednja gradbena in ekonomska šola, Ljubljana).

Na tekmovanje smo povabili dijakinje in dijake tretjih in četrtih letnikov srednjih tehniških šol in tehniških gimnazij. Odbor je pripravil naloge za predtekmovanje in sklepno tekmovanje ter pregledal in ocenil izdelke tekmovalk in tekmovalcev.

Na predtekmovanje se je prijavilo 66 dijakinj in dijakov tretjega in 59 dijakinj in dijakov četrtega letnika. V sredo, 12. marca 2003, so na srednjih šolah reševali enake predtekmovalne naloge. Osemindvajset najuspešnejših na predtekmovanju se je uvrstilo na sklepno tekmovanje, ki je potekalo 16. aprila 2003 v prostorih Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Na sklepno tekmovanje so se uvrstili naslednje dijakinje in dijaki:

3. letnik		
ime in priimek	**kraj**	**mentor**
Domen Aljaž	Ljubljana[2]	Duška Tomšič
Sašo Emin	Maribor[4]	Vili Vesenjak
Željko Hajdinjak	Maribor[3]	Maja Lorger
Blaž Hostar	Ljubljana[2]	Duška Tomšič
Boštjan Jagodic	Ljubljana[2]	Duška Tomšič
Goran Keser	Celje[1]	Mišo Kneževič
Matija Kraševec	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Mateja Novinić	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
Benjamin Puh	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
Marko Pungerčar	Novo mesto[6]	Nevenka Cesar
Anton Sagadin	Maribor[4]	Vili Vesenjak
Gašper Selak	Ljubljana[2]	Duška Tomšič
Drago Staniša	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Staš Stankovič	Novo mesto[5]	Bojan Lutman

4. letnik		
Andrej Boršič	Ljubljana[2]	Majda Pregl
Miha Bratkovič	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Uroš Dimnik	Ljubljana[2]	Majda Pregl
Jana Dragan	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
David Finšgar	Maribor[3]	Maja Lorger
Robert Gavrilović	Ljubljana[2]	Majda Pregl
Matej Kampl	Maribor[3]	Maja Lorger
Boštjan Kastelic	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
David Nežič	Maribor[3]	Maja Lorger
Aleš Omerzel	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
Janez Penca	Novo mesto[6]	Nevenka Cesar
Anže Rezar	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
Marko Rožič	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Blaž Šonc	Novo mesto[6]	Nevenka Cesar
Luka Turk	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Andrej Umek	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Stevan Vukobrat	Maribor[3]	Goran Perhavec

[1] Poklicna in tehniška gradbena šola Celje
[2] Srednja gradbena in ekonomska šola Ljubljana
[3] Srednja gradbena šola Maribor
[4] Srednja kovinarska, strojna in metalurška šola Maribor
[5] Šolski center Novo mesto, Poklicna in tehniška elektro šola ter tehniška gimnazija
[6] Šolski center Novo mesto, Poklicna in tehniška gradbena in lesarska šola

Sklepno tekmovanje se je začelo 16. aprila 2003 ob 11.00 na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Po 120 minutah reševanja nalog so si tekmovalke in tekmovalci ogledali laboratorij Inštituta za hidravlične raziskave.

Medtem je komisija za ocenjevanje v sestavi Bojan Čas, Rado Flajs, Igor Planinc in Dejan Zupan (vsi Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo) pregledala in ocenila naloge s sklepnega tekmovanja.

Po skupnem kosilu so bili popoldne v svečani dvorani Fakultete za gradbeništvo in geodezijo objavljeni rezultati. Pohvale in nagrade je dijakinjam in dijakom podelil dekan FGG izr. prof. dr. Bojan Majes, ki je tekmovanje tudi zaključil. Pohvaljeni so bili vsi udeleženci sklepnega tekmovanja, najuspešnejši pa so bili:

3. letnik			
ime in priimek	**kraj**	**nagrada**	**točke**
Goran Keser	Celje	1. nagrada	55
Drago Staniša	Novo mesto	2. nagrada	45
Staš Stankovič	Novo mesto	2. nagrada	45
Mateja Novinić	Celje	3. nagrada	40
4. letnik			
ime in priimek	**kraj**	**nagrada**	**točke**
Boštjan Kastelic	Novo mesto	1. nagrada	85
Marko Rožič	Novo mesto	2. nagrada	73
Anže Rezar	Celje	3. nagrada	65
Miha Bratkovič	Novo mesto	3. nagrada	65

V naslednjih dveh preglednicah prikazujemo nekatere podatke o tem, kako so dijakinje in dijaki reševali predtekmovalne naloge in naloge na sklepnem tekmovanju. Najvišja možna ocena za posamezno nalogo je 25%.

Povprečna ocena na predtekmovanju je bila odločno višja kot lani in se je približala nivoju prejšnjih let (lani je bilo povprečje na predtekmovanju 18.4 % za tretje letnike in 28.0 % za četrte letnike). Na sklepnem tekmovanju so bile ocene nekoliko boljše kot na predtekmovanju a niso dosegle lanskoletnih odličnih rezultatov sklepnega temovanja (lani v tretjih letnikih 34.5%, v četrtih pa 58.9%). Na sklepno tekmovanje so se uvrstili vse dijakinje in dijaki, ki so na predtekmovanju dosegli vsaj 50%.

predtekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	6.20	0.83	7.87	12.31	27.22
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	25	10	25	25	75

predtekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	8.96	12.29	8.85	4.79	34.90
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	25	25	25	25	90

sklepno tekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	6.43	13.21	2.50	8.57	30.71
najnižja ocena	5	0	0	0	10
najvišja ocena	15	25	25	25	55

sklepno tekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	10.59	9.41	6.47	14.88	41.35
najnižja ocena	0	5	0	0	10
najvišja ocena	20	25	25	25	85

Glede na povprečne ocene posameznih nalog moramo sklepati, da sta se zdeli dijakom najtežji 2. naloga pri 3. letnikih in 4. naloga pri četrtih. Na sklepnem tekmovanju je bila dijakom najtežja 3. naloga v obeh letnikih.

Zanimivo je tudi, koliko tekmovalk in tekmovalcev je pravilno rešilo posamezne naloge. Iz naslednje preglednice bi lahko sklepali, da so bile najtežje druga naloga za tretje letnike na predtekmovanju in prvi nalogi za oba letnika na sklepnem tekmovanju. Veseli nas lahko, da je skoraj vsako nalogo vsaj eden izmed tekmovalcev pravilno rešil.

Število tekmovalk in tekmovalcev, ki so pravilno rešili posamezne naloge			
predtekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
5	0	4	8
predtekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
7	13	11	2
sklepno tekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
0	6	1	1
sklepno tekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
0	2	1	3

Tekmovanje so finančno podprli:
Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport;
Slovensko društvo gradbenih konstruktorjev;
Slovensko društvo za mehaniko;
Vegrad, Velenje;
ter naslednje pedagoško–raziskovalne enote
Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani:
Prometno tehnični inštitut;
Inštitut za konstrukcije, potresno inženirstvo in računalništvo;
Katedra za masivne in lesene konstrukcije;
Katedra za mehaniko;
Katedra za mehaniko tal z laboratorijem;
Katedra za mehaniko tekočin z laboratorijem;
Katedra za metalne konstrukcije;
Katedra za preskušanje materialov in konstrukcij in
Katedra za stavbe in konstrukcijske elemente.

Vsem sponzorjem se za izkazano podporo iskreno zahvaljujemo.

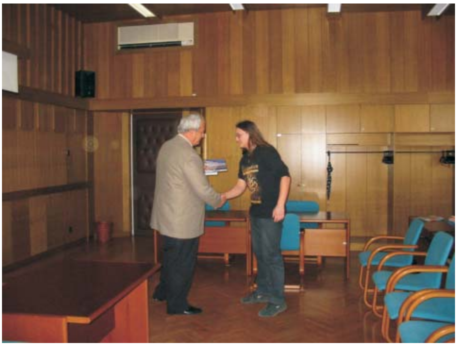
Informacije o tekmovanju lahko najdete tudi na internetu:
`http://www.km.fgg.uni-lj.si/tekma/tekma.htm`.

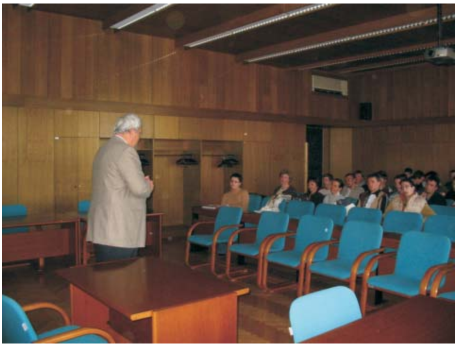
Utrinki s sklepnega tekmovanja

Tekmovalci zavzeto rešujejo naloge

Čakanje težko prisluženega kosila

Obisk laboratorija Inštituta za hidravlična raziskave



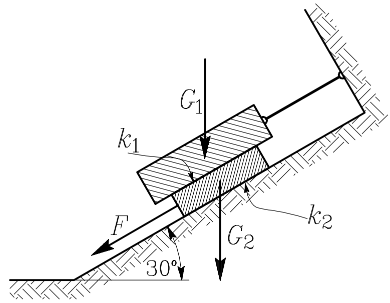


Na zaključni slovesnosti je nagrade podelil dekan FGG izr. prof. dr. Bojan Majes

Naloge s predtekmovanja za 3. letnike

1. naloga

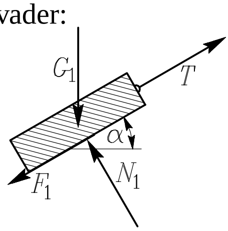
Kvadra ležita na klancu z naklonom $\alpha = 30^{\circ}$. Zgornjega pritrdimo z breztežno vrvico na nepomično steno, spodnjega pa vlečemo s silo F (glej sliko). Določi najmanjšo vrednost sile F_{min}, s katero izvlečemo spodnji kvader!



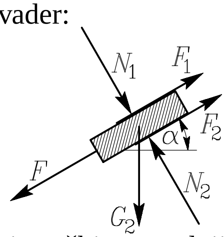
$G_1 = 60\,\text{N}$, $G_2 = 40\,\text{N}$,
$k_1 = 0.4$, $k_2 = 0.5$.

Rešitev: Oba kvadra izoliramo in vpliv okolice nadomestimo s silami. Nato zapišemo ravnotežne pogoje za oba kvadra in enačbe rešimo.

Zgornji kvader:



Spodnji kvader:



Ravnotežni enačbi za zgornji kvader:

$$G_1\,\cos\alpha - N_1 = 0,$$
$$G_1\,\sin\alpha + F_1 - T = 0.$$

Ravnotežni enačbi za spodnji kvader:

$$G_2\,\cos\alpha + N_1 - N_2 = 0,$$
$$G_2\,\sin\alpha + F - F_1 - F_2 = 0.$$

Poleg tega lahko zapišemo še neenačbi, ki povezujeta silo trenja z normalno sila v stiku med kvadroma in v stiku med kvadrom in podlago:

$$F_1 \le k_1\,N_1, \qquad F_2 \le k_2\,N_2.$$

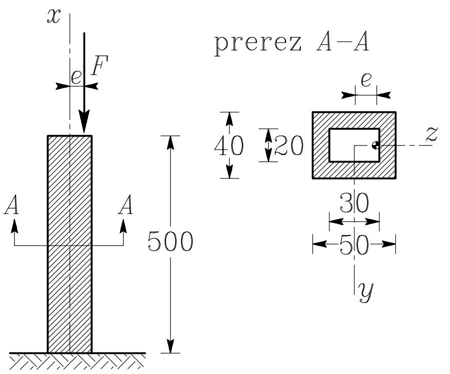
S tema neenačbama določimo največji sili F_1 in F_2, da še ne pride do zdrsa med kvadroma oziroma zdrsa spodnjega kvadra glede na podlago. Rešitve opisanih enačb oziroma neenačb so:

$$N_1 = G_1\,\cos\alpha = 51.96\,\text{kN},$$
$$N_2 = (G_1 + G_2)\,\cos\alpha = 86.60\,\text{kN},$$
$$F_1 \le k_1\,G_1\,\cos\alpha = 20.87\,\text{kN},$$
$$F_2 \le k_2\,(G_1 + G_2)\,\cos\alpha = 43.30\,\text{kN},$$
$$T \le G_1\,(\sin\alpha + k_1\,\cos\alpha) = 50.78\,\text{kN},$$
$$F \le (k_1\,G_1 + k_2\,(G_1 + G_2))\,\cos\alpha - G_2\,\sin\alpha = 44.09\,\text{kN}.$$

Najmanjša sila P, s katero lahko izvlečemo spodnji kvader, je $F_{\text{min}} = 44.09\,\text{kN}$.

2. naloga

Opečni steber je obtežen z ekscentrično osno silo F. Določi največjo ekscentričnost sile F (vrednost e_{max}) tako, da bo prečni prerez stebra obremenjen samo s tlačnimi napetostmi σ_{xx}!
$J_y = 371\,666.67\,\text{cm}^4$; pojasni, kako ga izračunamo?



$$\sigma_{xx} = \frac{N_x}{A} + \frac{M_y}{J_y} z$$

Rešitev: Zapišimo pogoj za negativne (tlačne) normalne napetosti:

$$\sigma_{xx} = \frac{N_x}{A} + \frac{M_y}{J_y} z \leq 0.$$

Iz ravnotežnih pogojev lahko določimo osno silo in upogibni moment:

$$N_x = -F, \qquad M_y = -F\,e.$$

Če sedaj vstavimo te vrednosti v neenačbo za napetosti, dobimo

$$\sigma_{xx} = -\frac{F}{A} - \frac{F\,e}{J_y} z \leq 0.$$

Napetosti bodo največje, ko bo z najmanjše negativno število. Pri prerezu $A - A$ je najmanjša vrednost koordinate $z = -25\,\text{cm}$ (na levem robu prereza). Če postavimo pogoj, da je tam napetost enaka nič, pomeni, da so v celotnem prerezu le tlačne normalne napetosti

$$-\frac{F}{A} - \frac{F\,e_{\text{max}}}{J_y}(-25) = 0.$$

Sedaj lahko izračunamo e_{max}

$$e_{\text{max}} = \frac{F\,J_y}{25\,F\,A} = \frac{J_y}{25\,A} = 10.62\,\text{cm}.$$

Ploščino prereza A izračunamo takole:

$$A = 50 \cdot 40 - 30 \cdot 20 = 1400\,\text{cm}^2,$$

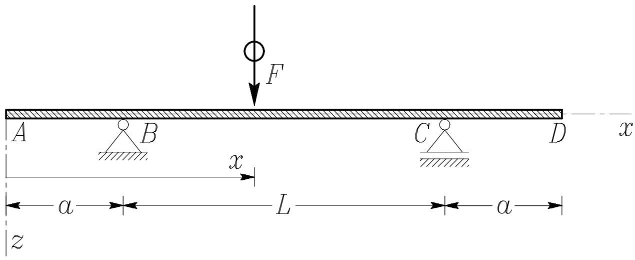
na podoben način pa izračunamo tudi vztrajnostni moment J_y

$$J_y = \frac{50^3\,40}{12} - \frac{30^3\,20}{12} = 371\,666.67\,\text{cm}^4.$$

3. naloga

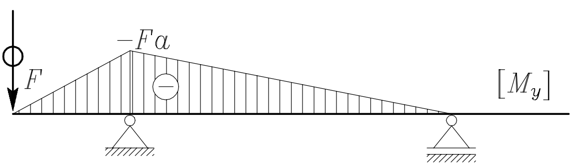
Previsni prostoležeči nosilec je obtežen s pomično točkovno obtežbo F. Nosilnost vseh prečnih prerezov nosilca je določena z največjim upogibnim momentom prereza $M_{\max} = 20\,\mathrm{kNm}$ oziroma z najmanjšim upogibnim momentom prereza $M_{\min} = -30\,\mathrm{kNm}$. Kolikšna je največja sila $F_{\max}$, ki še lahko varno 'potuje' po previsnem prostoležečem nosilcu?

$a = 2\,\mathrm{m}$, $L = 5\,\mathrm{m}$.



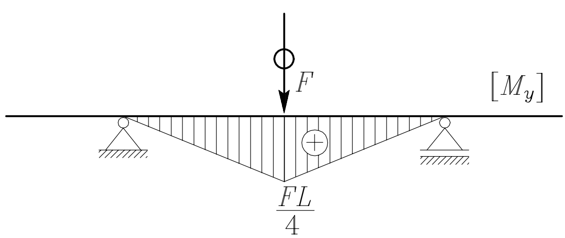
Rešitev: Kritični sta dve legi pomične točkovne obtežbe: ko je sila na začetku ali koncu nosilca ($x = 0$ ali $x = 2\,a + L$), imamo nad podporo najmanjši upogibni moment; ko je sila na sredini nosilca $x = a + L/2$, pa imamo na sredini nosilca največji upogibni moment. Obravnavajmo oba kritična primera:

Sila je na začetku nosilca. Kot je prikazano na sliki, je v tem primeru najmanjši upogibni moment nad levo podporo.



$$M_y(a) = -F\,a = -F\,2 > M_{\min} = -30 \qquad \rightarrow \qquad F < \frac{M_{\min}}{2} = 15.$$

Sila je na sredini nosilca. V tem primeru največji upogibni moment na sredini nosilca.

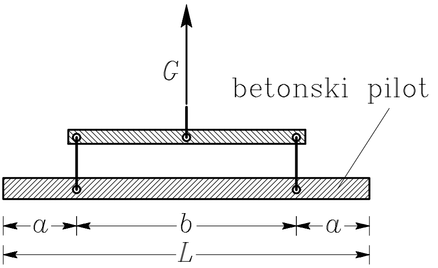


$$M_y(a + L/2) = \frac{F\,L}{4} = \frac{F\,5}{4} < M_{\max} = 20 \qquad \rightarrow \qquad F < \frac{4\,M_{\max}}{5} = 16.$$

Odločilna je torej prva lega obtežbe, ko je prijemališče sile na začetku (ali na koncu) nosilca. Največja sila, ki še lahko varno 'potuje' po nosilcu, je $F_{\max} = 15\,\mathrm{kN}$.

4. naloga

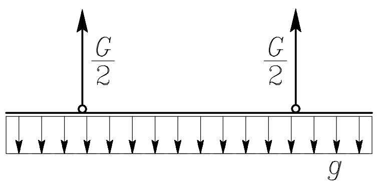
Betonski piloti so gradbeni elementi, ki so obteženi predvsem z osnimi silami. Zato so projektirani tako, da imajo relativno majhno upogibno nosilnost. Da med transportom preprečimo upogibno porušitev pilota, ga z žerjavom premikamo po gradbišču tako, kot kaže slika. Izračunaj prečne sile in upogibne momente, ki nastopijo med transportom pilota! Teža pilota je $G = 40\,\mathrm{kN}$, dolžina pa $L = 12\,\mathrm{m}$. Pri računu predpostavi, da je lastna teža pilota enakomerno razporejena vzdolž osi pilota, torej $G = gL$.



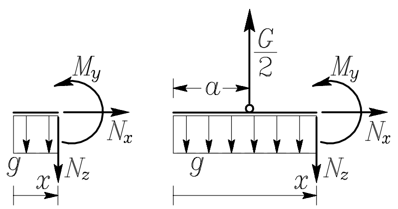
$a = 2.5\,\mathrm{m}$, $b = 7\,\mathrm{m}$.

Rešitev: Vrednost enakomerne zvezne obtežbe je $g = \dfrac{G}{L} = 3.33\,\mathrm{kN/m}$.

Zaradi simetrije sta sili v obeh vrveh, ki držita pilot, enaki $G/2 = 20\,\mathrm{kN}$. Računski model pilota z vsemi pripadajočimi obtežbami in reakcijami prikazujemo na sliki.



Za določitev notranjih sil nosilec dvakrat namišljeno prerežemo, v prerezih predpostavimo notranje sile in zapišemo ravnotežne enačbe. Rešitve ravnotežnih enačb določajo notranje sile.



Levi previsni del $0 \le x \le a$:

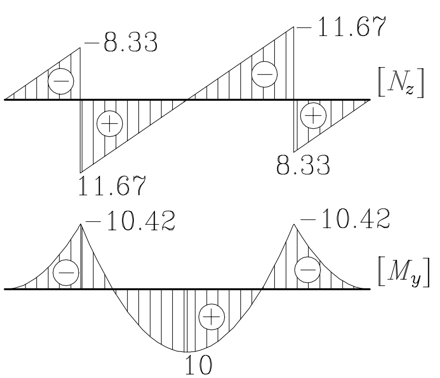
$$N_z = -g\,x, \qquad M_y = -\frac{g\,x^2}{2}.$$

Srednji del $a \le x \le a + b$:

$$N_z = -g\,x, + \frac{G}{2}$$

$$M_y = -\frac{g\,x^2}{2} + \frac{G\,(x-a)}{2}.$$

Desni previsni del $a + b \le x \le L$ zaradi simetrije ni treba računati. Vrednosti prečne sile in upogibnega momenta v značilnih točkah pilota so podane v diagramih.



Naloge s predtekmovanja za 4. letnike

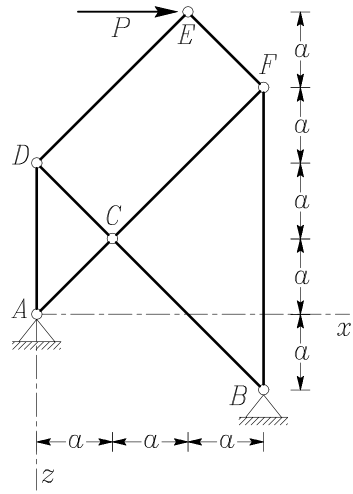
1. naloga

Glej nalogo za 3. letnike!

2. naloga

Izračunaj reakcije paličja!

$P = 10\,\mathrm{kN}$, $a = 2\,\mathrm{m}$.

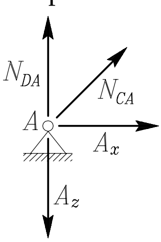


Rešitev: Paličje je podprto tako, da moramo izračunati štiri komponente reakcij: A_x, A_z, B_x in B_z. Zato iz ravnotežnih pogojev za celotno konstrukcijo teh reakcij ne moremo določiti. Najprej moramo določiti sile v palicah, kar najlažje naredimo z metodo izrezovanja vozlišč. Ker je geometrija relativno preprosta, podrobnih izračunov osnih sil v palicah ne podajamo, podajamo le rezultate.

N_{DE}	N_{EF}	N_{DA}	N_{DC}	N_{CF}	N_{FB}	N_{CA}	N_{CB}
$\frac{P\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{P\sqrt{2}}{2}$	P	$-\frac{P\sqrt{2}}{2}$	$\frac{P\sqrt{2}}{2}$	$-P$	$\frac{P\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{P\sqrt{2}}{2}$

Sedaj izrežemo še obe podpori in predpostavimo osne sile v palicah in reakcije, kot kaže slika. Zapišemo ravnotežne enačbe za obe podpori in izračunamo reakcije.

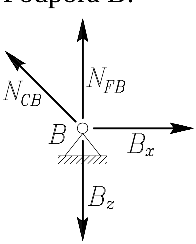
Podpora A:



$$A_x + N_{CA}\,\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \rightarrow \quad A_x = -N_{CA}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{P}{2}$$

$$A_z - N_{CA}\,\frac{\sqrt{2}}{2} - N_{DA} \quad \rightarrow \quad A_z = N_{CA}\,\frac{\sqrt{2}}{2} + N_{DA} = \frac{3P}{2}$$

Podpora B:



$$B_x - N_{CB}\,\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \rightarrow \quad B_x = N_{CB}\,\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{P}{2}$$

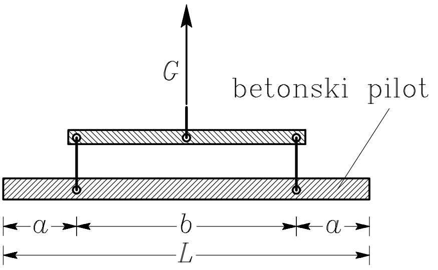
$$B_z - N_{CB}\,\frac{\sqrt{2}}{2} - N_{FB} \quad \rightarrow \quad B_z = N_{CB}\,\frac{\sqrt{2}}{2} + N_{FB} = -\frac{3P}{2}$$

Reakcije so: $A_x = -5\,\mathrm{kN}$, $A_z = 15\,\mathrm{kN}$, $B_x = -5\,\mathrm{kN}$ in $B_z = -15\,\mathrm{kN}$.

3. naloga

Glej nalogo za 3. letnike!

4. naloga



Betonski piloti so gradbeni elementi, ki so obteženi predvsem z osnimi silami. Zato so projektirani tako, da imajo relativno majhno upogibno nosilnost. Da med transportom preprečimo upogibno porušitev pilota, ga z žerjavom premikamo po gradbišču tako, kot kaže slika. Določi osno razdaljo med vrvema b tako, da bosta po velikosti največji in najmanši upogibni moment pilota med transportom enaka! Teža pilota je $G = 40\,\mathrm{kN}$, dolžina pa $L = 12\,\mathrm{m}$. Pri računu predpostavi, da je lastna teža pilota enakomerno razporejena vzdolž osi pilota, torej $G = gL$.

Rešitev: Pri 4. nalogi za 3. letnike, smo določili upogibne momente v betonskem pilotu. Iz diagrama upogibnih momentov vidimo, da sta ekstremni vrednosti upogibnih momentov nad podporama ($x = a$) in na sredini pilota ($x = L/2$). Zapišimo sedaj upogibna momenta v teh dveh točkah.

$$x = a: \; M_y = -\frac{g\,a^2}{2}$$

$$x = \tfrac{L}{2}: \; M_y = -\frac{g\,\left(\frac{L}{2}\right)^2}{2} + \frac{gL\left(\frac{L}{2} - a\right)}{2} = \frac{gL}{8}(L - 4a)$$

Izenačimo absolutni vrednosti upogibnih momentov v obeh točkah in dobimo naslednjo kvadratno enačbo:

$$\frac{g\,a^2}{2} = \frac{gL}{8}(L - 4a) \quad \rightarrow \quad \frac{g\,a^2}{2} - \frac{gL^2}{8} + \frac{gLa}{2} = 0 \quad \rightarrow$$
$$\rightarrow \quad 4a^2 + 4La - L^2 = 0 \quad \rightarrow \quad 4a^2 + 48a - 144 = 0 \quad \rightarrow$$
$$\rightarrow \quad a^2 + 12a - 36 = 0.$$

Rešitvi kvadratne enačbe sta:

$$a_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 + 4 \cdot 36}}{2} = -6 \pm 8.485.$$

Zanima nas samo pozitivna vrednost (tista, ki ustreza legi na pilotu), zato zaključimo, da je optimalna lega podpore pri:

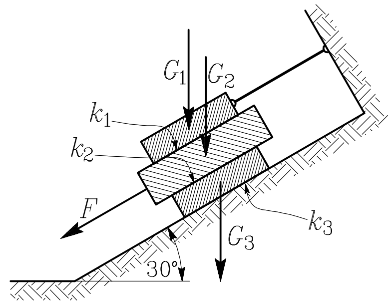
$$a = 2.485\,\mathrm{m}.$$

Naloge s sklepnega tekmovanja za 3. letnike

1. naloga

Trije kvadri nepomično ležijo na klancu z naklonom 30°. Zgornjega pritrdimo z breztežno in neraztegljivo vrvico na nepomično steno, srednjega pa vlečemo s silo F, kot kaže slika. Pri kateri najmanjši sili F_{min} kvadri niso v ravnotežju?

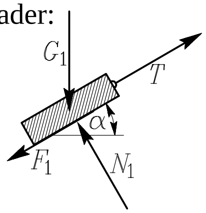
$G_1 = 40\,\mathrm{N}$, $G_2 = 60\,\mathrm{N}$, $G_3 = 50\,\mathrm{N}$,
$k_1 = 0.4$, $k_2 = 0.5$, $k_3 = 0.45$.



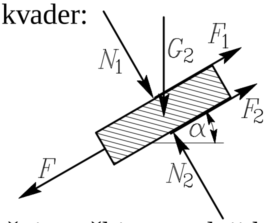
Rešitev: Če vlečemo srednji kvader, lahko pride do gibanja kvadrov na dva načina:

- srednji kvader izvlečemo tako, da se spodnji in zgornji ne premakneta. Izoliramo zgornji in srednji kvader ter vpliv okolice nadomestimo s silami, kot kažeta naslednji sliki. Nato zapišemo ravnotežne enačbe za oba kvadra.

  Zgornji kvader:

  Srednji kvader:

  Ravnotežni enačbi za zgornji kvader:

  $$G_1\,\cos\alpha - N_1 = 0,$$
  $$G_1\,\sin\alpha + F_1 - T = 0.$$

  Ravnotežni enačbi za srednji kvader:

  $$G_2\,\cos\alpha + N_1 - N_2 = 0,$$
  $$G_2\,\sin\alpha + F - F_1 - F_2 = 0.$$

  Poleg tega lahko zapišemo še neenačbi, ki povezujeta silo trenja in normalno silo v stiku med kvadroma:

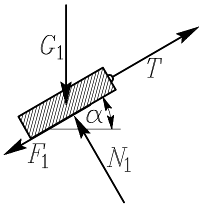
  $$F_1 \le k_1\,N_1, \qquad F_2 \le k_2\,N_2.$$

  S tema neenačbama določimo največji sili F_1 in F_2, ki sta dopustni, da še ne pride do zdrsa med kvadri, oziroma, da še ne izvlečemo srednjega kvadra. Rešitve opisanih enačb oziroma neenačb so:

  $$N_1 = G_1\,\cos\alpha = 34.64\,\mathrm{kN},$$
  $$N_2 = (G_1 + G_2)\,\cos\alpha = 86.60\,\mathrm{kN},$$
  $$F_1 \le k_1\,G_1\,\cos\alpha = 13.86\,\mathrm{kN},$$
  $$F_2 \le k_2\,(G_1 + G_2)\,\cos\alpha = 43.30\,\mathrm{kN},$$
  $$T \le G_1\,(\sin\alpha + k_1\,\cos\alpha) = 33.86\,\mathrm{kN},$$
  $$F \le (k_1\,G_1 + k_2\,(G_1 + G_2))\,\cos\alpha - G_2\,\sin\alpha = 27.16\,\mathrm{kN}.$$

- srednji kvader izvlečemo tako, da se z njim premakne tudi spodnji. V tem primeru lahko spodnja dva kvadra, ki se premikata skupaj, vzamemo kot eno telo, zgornji pa kot drugo. Izoliramo torej zgornji kvader in spodnja dva, ter vpliv okolice nadomestimo s silami, kot kažeta spodnji sliki.

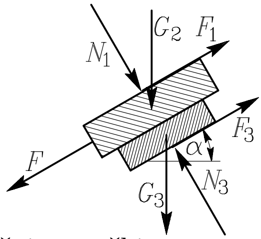
  Zgornji kvader:

  Ravnotežni enačbi za zgornji kvader:

  $$G_1 \cos\alpha - N_1 = 0,$$
  $$G_1 \sin\alpha + F_1 - T = 0.$$

  Spodnja dva kvadra:

  Ravnotežni enačbi za spodnja dva kvadra:

  $$(G_2 + G_3) \cos\alpha + N_1 - N_3 = 0,$$
  $$(G_2 + G_3) \sin\alpha + F - F_1 - F_3 = 0.$$

  Poleg tega lahko zapišemo še neenačbi, ki povezujeta silo trenja z normalno sila v stiku med kvadroma in v stiku med kvadrom in podlago:

  $$F_1 \leq k_1 N_1, \qquad F_3 \leq k_3 N_3.$$

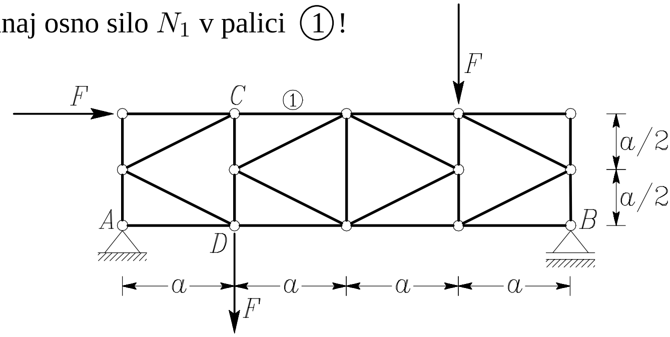
  S tema neenačbama določimo največji sili F_1 in F_3, ki sta dopustni, da še ne pride do zdrsa med kvadroma oziroma zdrsa spodnjih dveh kvadrov glede na podlago. Rešitve opisanih enačb oziroma neenačb so:

  $$N_1 = G_1 \cos\alpha = 34.64\,\mathrm{kN},$$
  $$N_3 = (G_1 + G_2 + G_3) \cos\alpha = 129.90\,\mathrm{kN},$$
  $$F_1 \leq k_1 G_1 \cos\alpha = 13.86\,\mathrm{kN},$$
  $$F_3 \leq k_3 (G_1 + G_2 + G_3) \cos\alpha = 58.46\,\mathrm{kN},$$
  $$T \leq G_1 (\sin\alpha + k_1 \cos\alpha) = 33.86\,\mathrm{kN},$$
  $$F \leq (k_1 G_1 + k_3 (G_1 + G_2 + G_3)) \cos\alpha - (G_2 + G_3) \sin\alpha = 17.31\,\mathrm{kN}.$$

Sedaj lahko zaključimo, da je minimalna sila, ki je potrebna zato, da izvlečemo srednji kvader, enaka $17.31\,\mathrm{kN}$. Pri tej sili se skupaj premakneta spodnja dva kvadra.

2. naloga

Pri paličju na sliki izračunaj osno silo N_1 v palici ①!
$a = 4\,\mathrm{m}$,
$F = 10\,\mathrm{kN}$.



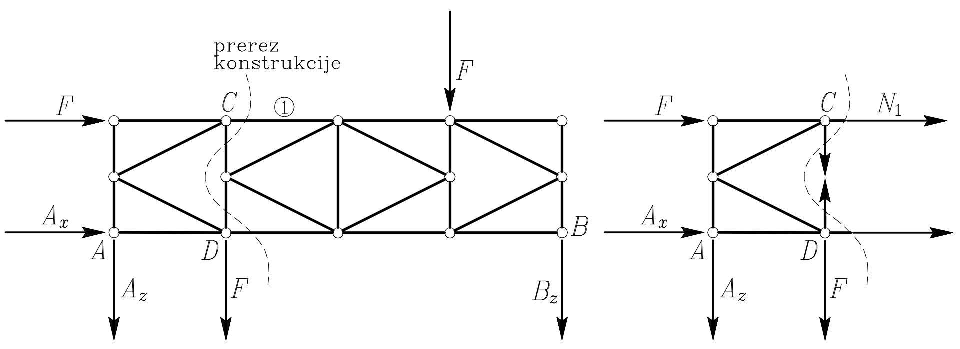
Rešitev: Najprej iz ravnotežnih enačb za celotno konstrukcijo izračunajmo reakcije paličja:

$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \; A_x + F = 0 \qquad\qquad \rightarrow \; A_x = -F = -10\,\mathrm{kN},$$

$$\sum M_y^A = 0 \rightarrow \; -Fa - Fa - F\,3a - B_z\,4a = 0 \; \rightarrow \; B_z = -\frac{5\,F}{4} = -12.5\,\mathrm{kN},$$

$$\sum Z = 0 \quad \rightarrow \; A_z + B_z + F + F = 0 \qquad\qquad \rightarrow \; A_z = -\frac{3F}{4} = -7.5\,\mathrm{kN}.$$

Sedaj konstrukcijo namišljeno razrežemo na dva dela in medsebojni vpliv obeh delov nadomestimo s silami. Pri tem poskusimo narediti tak razrez paličja, da bo v ravnotežni enačbi nastopila le neznana sila N_1 (glej spodnjo sliko).



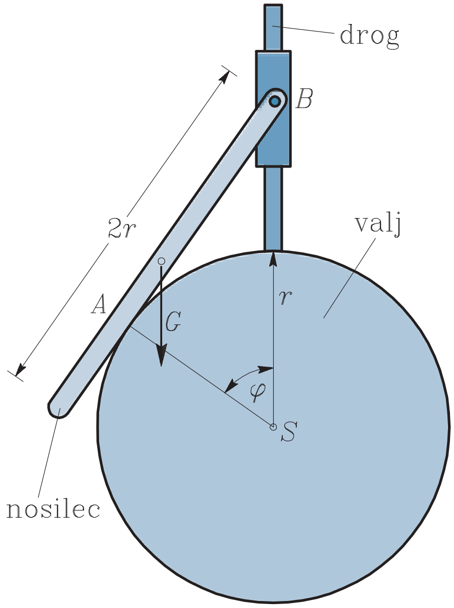
Iz momentne ravnotežne enačbe glede na točko D za levi del konstrukcije določimo neznano silo N_1:

$$\sum_{\text{levi del}} M_y^D = 0 \;\; \rightarrow \;\; -N_1 a - Fa + A_z a = 0 \;\; \rightarrow \;\; N_1 = A_z - F = -17.5\,\mathrm{kN}.$$

3. naloga

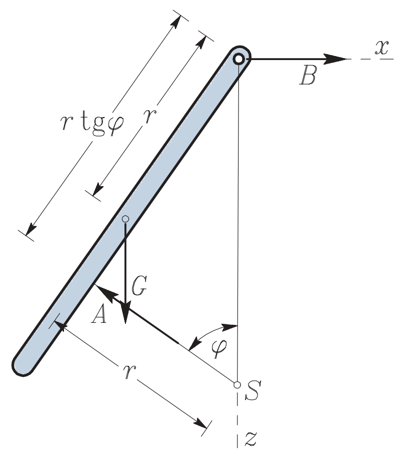
Nosilec dolžine $2r$ in teže G je v točki B pritrjen na drog. Podpora B omogoča prosto premikanje nosilca v navpični smeri, hkrati pa omogoča tudi vrtenje okrog osi, ki je pravokotna na list. Nosilec se v točki A naslanja na gladek in nepomičen valj. Pri katerem kotu φ je nosilec v ravnotežju?

Pomoč:
Kubična enačba $x^3+x-1=0$ ima eno samo realno rešitev: $x=0.68233$.



Rešitev: Zapišimo ravnotežne enačbe za nosilec:

$$\sum X=0 \quad\rightarrow\quad -A\,\sin\varphi+B=0,$$
$$\sum Z=0 \quad\rightarrow\quad -A\,\cos\varphi+G=0,$$
$$\sum M_Y^B=0 \rightarrow\ -A\,r\,\mathrm{tg}\varphi+G\,r\,\cos\varphi=0.$$



Iz druge enačbe izrazimo

$$G=A\,\cos\varphi$$

in jo vstavimo v zadnjo enačbo

$$-A\,r\,\mathrm{tg}\varphi+A\,r\,\cos^2\varphi=0.$$

Enačbo preuredimo in rešimo:

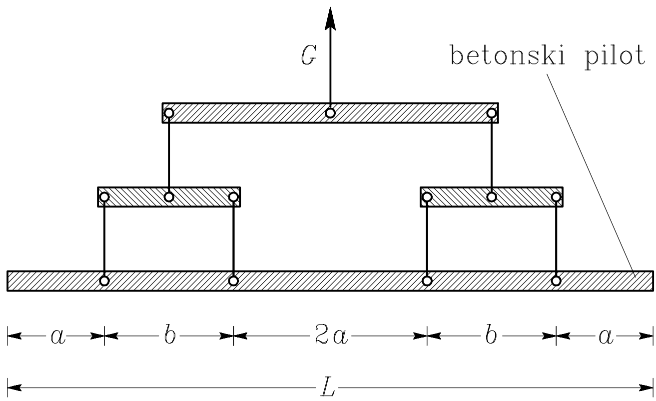
$$-\,\mathrm{tg}\varphi+\cos^2\varphi=0 \quad\rightarrow\quad -\sin\varphi+\cos^3\varphi=0 \quad\rightarrow$$
$$\rightarrow\quad \cos^3\varphi=\sin\varphi \quad\rightarrow\quad \cos^6\varphi=\sin^2\varphi \quad\rightarrow$$
$$\rightarrow\quad \cos^6\varphi=1-\cos^2\varphi \quad\rightarrow\quad \cos^6\varphi+\cos^2\varphi-1=x^3+x-1=0.$$

Sedaj lahko uporabimo podano realno rešitev kubičnega polinoma in zapišemo

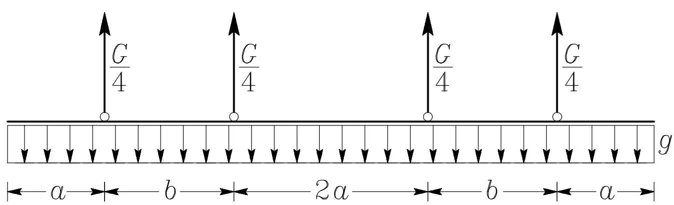
$$\cos^2\varphi=0.68233 \quad\rightarrow\quad \cos\varphi=0.82603 \quad\rightarrow\quad \varphi=34.31^\circ.$$

4. naloga

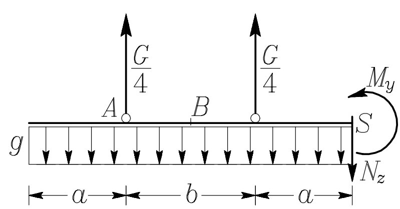
Betonski piloti so gradbeni elementi, ki so obteženi predvsem z osnimi silami. Zato so projektirani tako, da imajo relativno majhno upogibno nosilnost. Da med transportom preprečimo upogibno porušitev pilota, ga z žerjavom premikamo po gradbišču tako, kot kaže slika. Določi osno razdaljo med vrvmi b tako, da bosta največji in najmanjši upogibni moment po velikosti enaka. Teža pilota je $G = 80\,\mathrm{kN}$, dolžina pa $L = 24\,\mathrm{m}$. Pri računu predpostavi, da je lastna teža pilota enakomerno razporejena vzdolž osi pilota, torej $G = gL$.



Rešitev: Zaradi simetrije so sile v vseh štirih vrveh, ki nosijo betonski pilot, enake $G/4$ (glej spodnjo sliko).



Če konstrukcijo prerežemo na sredini, iz ravnotežnih pogojev za levi del konstrukcije sledi



$$\sum_{\text{levi del}} Z = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad N_z + g\,(2a+b) - \frac{G}{4} - \frac{G}{4} = 0,$$

$$\sum_{\text{levi del}} M_Y^S = 0 \quad \rightarrow \quad M_y + \frac{g\,(2a+b)^2}{2} - \frac{G\,a}{4} - \frac{G\,(a+b)}{4} = 0,$$

da sta prečna sila in moment na sredini nosilca enaka nič $\big(N_z(2a+b) = 0$ in $M_y(2a+b) = 0\big)$. Zato moramo preveriti le, kolikšna sta upogibna momenta pri

$x = a$ in pri $x = a + b/2$. Iz ravnotežnih pogojev lahko izračunamo:

$$\sum_{\text{levi del}} M_Y^A = 0 \quad \rightarrow \quad M_y + \frac{g\,a^2}{2} = 0,$$

$$\sum_{\text{levi del}} M_Y^B = 0 \quad \rightarrow \quad M_y + \frac{g\,(a+b/2)^2}{2} - \frac{G\,b/2}{4} = 0.$$

Ker je

$$L/2 = 2a + b \quad \rightarrow \quad b = L/2 - 2a \qquad \text{in} \qquad G = g\,L,$$

sta upogibna momenta v izbranih točkah

$$M_y(a) = -\frac{g\,a^2}{2},$$

$$M_y(a+b/2) = -\frac{g\,(a+L/4-a)^2}{2} + \frac{g\,L\,(L/4-a)}{4} = \frac{g\,L^2}{32} - \frac{g\,L\,a}{4}.$$

Ker zahtevamo, da sta ekstremna upogibna momenta po absolutni vrednosti enaka, dobimo

$$-\,M_y(a) = M_y(a+b/2) \quad \rightarrow \quad \frac{g\,a^2}{2} = \frac{g\,L^2}{32} - \frac{g\,L\,a}{4} \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 16\,a^2 + 8\,a\,L - L^2 = 0.$$

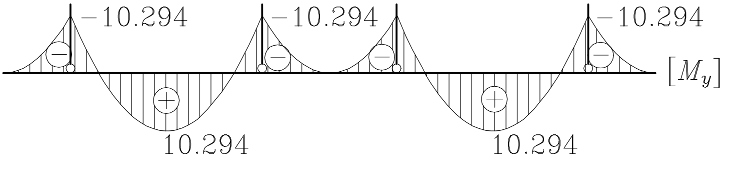
Rešitvi kvadratne enačbe sta

$$a_1 = 2.485, \qquad a_2 = -14.485.$$

Fizikalni pomen ima le pozitivna vrednost dolžine a, končna rešitev je zato

$$a = 2.485\,\mathrm{m}, \qquad b = 7.029\,\mathrm{m}.$$

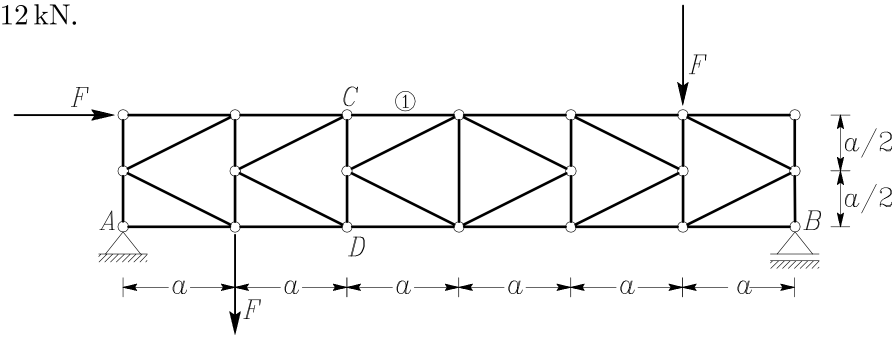
Diagram upogibnih momentov prikazujemo na naslednji sliki.



Naloge s sklepnega tekmovanja za 4. letnike

1. naloga

Pri paličju na sliki izračunaj osno silo v palici ①!
$a = 3.5\,\mathrm{m}$,
$F = 12\,\mathrm{kN}$.



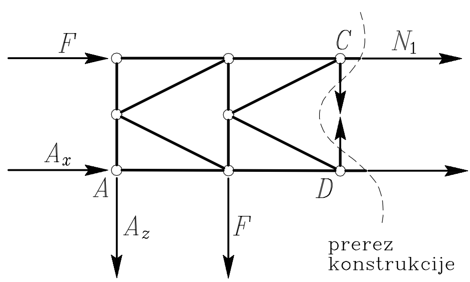
Rešitev: Najprej iz ravnotežnih enačb za celotno konstrukcijo izračunajmo reakcije paličja:

$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad A_x + F = 0 \qquad \rightarrow \quad A_x = -F = -10\,\mathrm{kN},$$

$$\sum M_y^A = 0 \rightarrow -Fa - Fa - F\,5a - B_z\,6a = 0 \rightarrow B_z = -\frac{7\,F}{6} = -14\,\mathrm{kN},$$

$$\sum Z = 0 \quad \rightarrow \quad A_z + B_z + F + F = 0 \qquad \rightarrow \quad A_z = -\frac{5F}{6} = -10\,\mathrm{kN}.$$

Sedaj konstrukcijo namišljeno razrežemo na dva dela in medsebojni vpliv obeh delov nadomestimo s silami. Pri tem poskusimo narediti tak razrez paličja, da bo v ravnotežni enačbi nastopila le neznana sila N_1 (glej spodnjo sliko).



Iz momentne ravnotežne enačbe glede na točko D za levi del konstrukcije določimo neznano silo N_1:

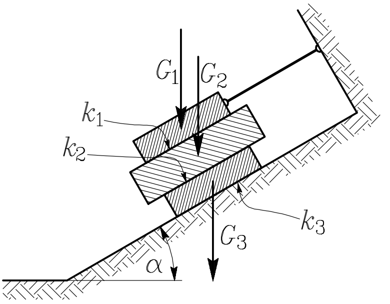
$$\sum_{\text{levi del}} M_y^D = 0 \quad \rightarrow \quad -N_1\,a - F\,a + F\,a + A_z\,2\,a = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad N_1 = 2\,A_z = -20\,\mathrm{kN}.$$

2. naloga

Trije kvadri ležijo na klancu, kot kaže slika. Zgornji kvader je pritrjen z breztežno in neraztegljivo vrvico na nepomično steno. Pri katerem najmanjšem kotu $\alpha_{\min}$ kvadri niso v ravnotežju?

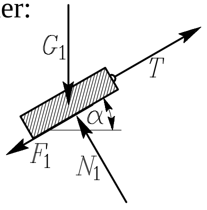
$G_1 = 40\,\mathrm{N}$, $G_2 = 60\,\mathrm{N}$, $G_3 = 50\,\mathrm{N}$,
$k_1 = 0.4$, $k_2 = 0.5$, $k_3 = 0.45$.



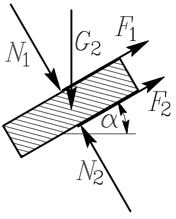
Rešitev: Gibanje kvadrov se lahko zgodi na tri načine:

- zdrsne samo srednji kvader, spodnji in zgornji pa ostaneta pri miru. Izoliramo zgornji in srednji kvader ter vpliv okolice nadomestimo s silami, kot kažeta naslednji sliki. Nato zapišemo ravnotežne enačbe za oba kvadra.

  Zgornji kvader:

  Srednji kvader:

  Ravnotežni enačbi za zgornji kvader:

  $$G_1\,\cos\alpha - N_1 = 0,$$
  $$G_1\,\sin\alpha + F_1 - T = 0.$$

  Ravnotežni enačbi za srednji kvader:

  $$G_2\,\cos\alpha + N_1 - N_2 = 0,$$
  $$G_2\,\sin\alpha - F_1 - F_2 = 0.$$

  Poleg tega lahko zapišemo še neenačbi, ki povezujeta silo trenja in normalno sila v stiku med kvadroma:

  $$F_1 \le k_1\,N_1, \qquad F_2 \le k_2\,N_2.$$

  S tema neenačbama določimo največji sili F_1 in F_2, da še ne pride do zdrsa med kvadri oziroma zdrsa srednjega kvadra glede na spodnji in zgornji kvader. Rešitve opisanih enačb oziroma neenačb so:

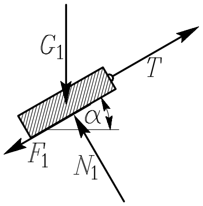
  $$N_1 = G_1\,\cos\alpha,$$
  $$N_2 = (G_1 + G_2)\,\cos\alpha,$$
  $$F_1 \le k_1\,G_1\,\cos\alpha,$$
  $$F_2 \le k_2\,(G_1 + G_2)\,\cos\alpha,$$
  $$0 \le (k_1\,G_1 + k_2\,(G_1 + G_2))\,\cos\alpha - G_2\,\sin\alpha.$$

  Iz zadnje neenačbe izračunamo:

  $$\mathrm{tg}\alpha \le \frac{k_1\,G_1 + k_2\,(G_1 + G_2)}{G_2} = 1.100 \qquad \rightarrow \qquad \alpha \le 47.7^\circ.$$

- Skupaj zdrsneta spodnja dva kvadra. V tem primeru lahko spodnja dva kvadra, ki se premikata skupaj, vzamemo kot eno telo, zgornji pa kot drugo. Izoliramo torej zgornji kvader in spodnja dva, ter vpliv okolice nadomestimo s silami, kot kažeta spodnji sliki.

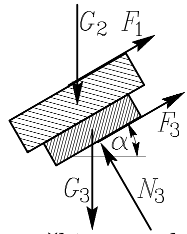
  Zgornji kvader:

  Ravnotežni enačbi za zgornji kvader:

  $$G_1 \cos\alpha - N_1 = 0,$$
  $$G_1 \sin\alpha + F_1 - T = 0.$$

  Spodnja dva kvadra:

  Ravnotežni enačbi za spodnja kvadra:

  $$(G_2 + G_3) \cos\alpha + N_1 - N_3 = 0,$$
  $$(G_2 + G_3) \sin\alpha - F_1 - F_3 = 0.$$

  Poleg tega lahko zapišemo še neenačbi, ki povezujeta silo trenja z normalno sila v stiku med kvadroma in v stiku med kvadrom in podlago:

  $$F_1 \leq k_1 N_1, \qquad F_3 \leq k_3 N_3.$$

  S tema neenačbama določimo največji sili F_1 in F_3, da še ne pride do zdrsa med kvadroma oziroma zdrsa spodnjih dveh kvadrov glede na podlago. Rešitve opisanih enačb oziroma neenačb so:

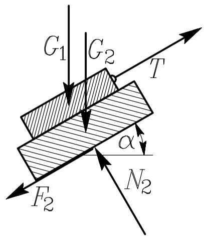
  $$N_1 = G_1 \cos\alpha,$$
  $$N_3 = (G_1 + G_2 + G_3) \cos\alpha,$$
  $$F_1 \leq k_1 G_1 \cos\alpha,$$
  $$F_3 \leq k_3 (G_1 + G_2 + G_3) \cos\alpha,$$
  $$0 \leq (k_1 G_1 + k_3 (G_1 + G_2 + G_3)) \cos\alpha - (G_2 + G_3) \sin\alpha.$$

  Iz zadnje neenačbe lahko določimo kot α, pri katerem so kvadri še v ravnotežju:

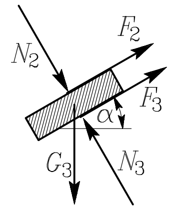
  $$\mathrm{tg}\alpha \leq \frac{k_1 G_1 + k_3 (G_1 + G_2 + G_3)}{G_2 + G_3} = 0.759 \qquad \rightarrow \qquad \alpha \leq 37.2^\circ.$$

- Pri večanju nagiba zdrsne le spodnji kvader, zgornja dva pa obmirujeta. Izoliramo zgornja dva in spodnji kvader ter vpliv okolice nadomestimo s silami, kot kažeta naslednji sliki. Nato zapišemo ravnotežne enačbe za oba kvadra.

Zgornja dva kvadra:



Spodnji kvader:



Ravnotežni enačbi za zgornja kvadra:

$$(G_1+G_2)\,\cos\alpha - N_2 = 0,$$
$$(G_1+G_2)\,\sin\alpha + F_2 - T = 0.$$

Ravnotežni enačbi za spodnji kvader:

$$G_3\,\cos\alpha + N_2 - N_3 = 0,$$
$$G_3\,\sin\alpha - F_2 - F_3 = 0.$$

Poleg tega lahko zapišemo še neenačbi, ki povezujeta silo trenja z normalno sila v stiku med kvadroma in v stiku med kvadrom in podlago:

$$F_2 \le k_2\,N_2, \qquad\qquad F_3 \le k_3\,N_3.$$

S tema neenačbama določimo največji sili F_2 in F_3, da še ne pride do zdrsa spodnjega kvadra. Rešitve opisanih enačb oziroma neenačb so:

$$N_2 = (G_1+G_2)\,\cos\alpha,$$
$$N_3 = (G_1+G_2+G_3)\,\cos\alpha,$$
$$F_2 \le k_2\,(G_1+G_2)\,\cos\alpha,$$
$$F_3 \le k_3\,(G_1+G_2+G_3)\,\cos\alpha,$$
$$0 \le (k_2\,(G_1+G_2)+k_3\,(G_1+G_2+G_3))\,\cos\alpha - G_3\,\sin\alpha.$$

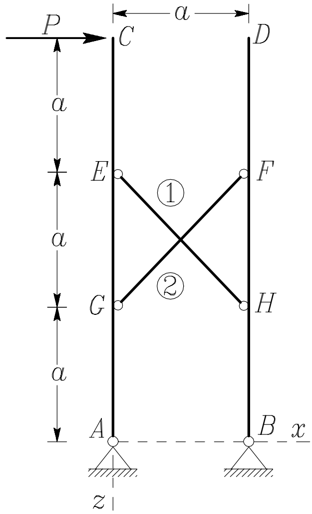
Iz zadnje neenačbe lahko izpeljemo:

$$\mathrm{tg}\alpha \le \frac{k_2\,(G_1+G_2)+k_3\,(G_1+G_2+G_3)}{G_3} = 2.350 \qquad \rightarrow \qquad \alpha \le 66.95^\circ.$$

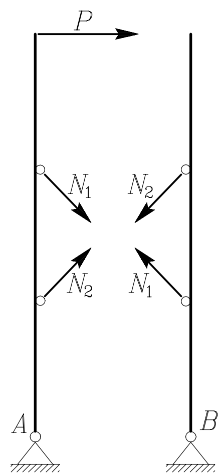
Iz opisanega sledi, da so kvadri v ravnotežju do naklona klanca 37.2°. Pri tem ali večjem naklonu klanca se bosta skupaj premaknila spodnja dva kvadra.

3. naloga

Pri linijski konstrukciji na sliki izračunaj osni sili v palicah ① in ②!
$a = 4\,\mathrm{m}$,
$P = 10\,\mathrm{kN}$.



Rešitev: Nalogo najlažje rešimo tako, da pri konstrukciji namišljeno prerežemo obe palici in namesto njiju predpostavimo osni sili N_1 in N_2, kot je prikazano na sliki.



Momentna ravnotežna pogoja glede na podpori A oziroma B za levi in desni steber sta:

$$\sum_{\text{levi steber}} M_y^A = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad -N_1 \frac{\sqrt{2}}{2}\, 2a - N_2 \frac{\sqrt{2}}{2}\, a - P\, 3a = 0,$$

$$\sum_{\text{desni steber}} M_y^B = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad N_1 \frac{\sqrt{2}}{2}\, a + N_2 \frac{\sqrt{2}}{2}\, 2a = 0,$$

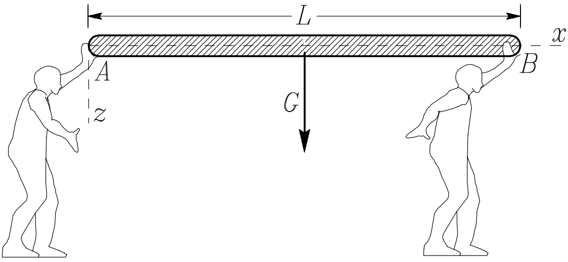
Rešitev tega sistema enačb je:

$$N_1 = -P\, 2\sqrt{2} = -28.28\,\mathrm{kN},$$

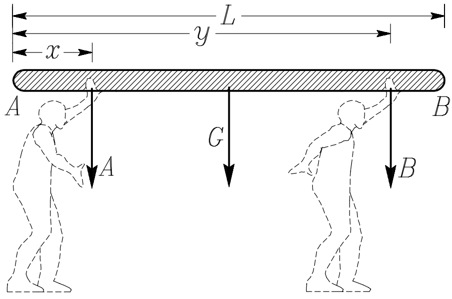
$$N_2 = P\,\sqrt{2} = 14.14\,\mathrm{kN}.$$

4. naloga

Delavca enake višine nosita deblo dolžine 9 m ($L = 9\ \mathrm{m}$) in teže 1.6 kN ($G = 1.6$ kN), kot kaže slika. Delavec A lahko nese največ 1.0 kN, delavec B pa 0.8 kN. Na polovici poti se delavec B utrudi, zato se delavca premakneta tako, da je delavec A polno obremenjen. Kako se lahko premakneta? Koliko je rešitev?



Rešitev: V začetku nosi vsak delavec $0.8\,\mathrm{kN}$. Ko se delavec B utrudi, se delavec A premakne za x proti sredini debla, delavec B pa deblo podpira na razdalji y od levega konca debla.



Zapišimo ravnotežne pogoje pri novem načinu nošenja:

$$
\begin{aligned}
\sum Z = 0 \quad &\rightarrow \quad A + G + B = 0 \quad \rightarrow \quad B = -G - A = -0.6,\\
\sum M_Y^A = 0 \quad &\rightarrow \quad -A\,x - G\,L/2 - B\,y = 0 \quad \rightarrow\\
&\rightarrow \quad 1.0\,x - 1.6 \cdot 4.5 + 0.6\,y = 0 \quad \rightarrow\\
&\rightarrow \quad x - 7.2 + 0.6\,y = 0 \quad \rightarrow \quad x = 7.2 - 0.6\,y.
\end{aligned}
$$

Očitno je rešitev neskončno, saj je lahko y poljubno realno število med 0 in 9 m, medtem ko je vrednost x med 1.8 in 7.2 m. Fizikalno nesprejemljiva je še vrednost $y = x = 4.5\,\mathrm{m}$ (oba delavca primeta deblo na sredini), ki sicer ustreza ravnotežnim enačbam, a je ravnotežna lega v tem primeru nestabilna – že majhna sprememba obtežbe bi povzročila velike premike.

USTVARJENI, DA GRADIMO

VEGRAD d. d. , Velenje

1. reference

2. novice

3. o podjetju

- vizitka

4. izdelki in storitve

- BETONSKI PROIZVODI
- GRADBENA OPERATIVA
- LESNI PROIZVODI
- PRODAJA ZA TRG
- PROJEKTIRANJE

VEGRAD d.d.
Tel.: +386 (0)3 896 21 00
Faks.: +386 (0)3 896 22 00
Matična št.: 5075530
Davčna št.: 59866870
E-Pošta: info@vegrad.si

Oblikovanje Inetis d.o.o.

pedagoška dejavnost

raziskovalna in strokovna dejavnost

prometno planiranje

projektiranje prometnih objektov

prometna varnost

sistemi za vodenje prometa

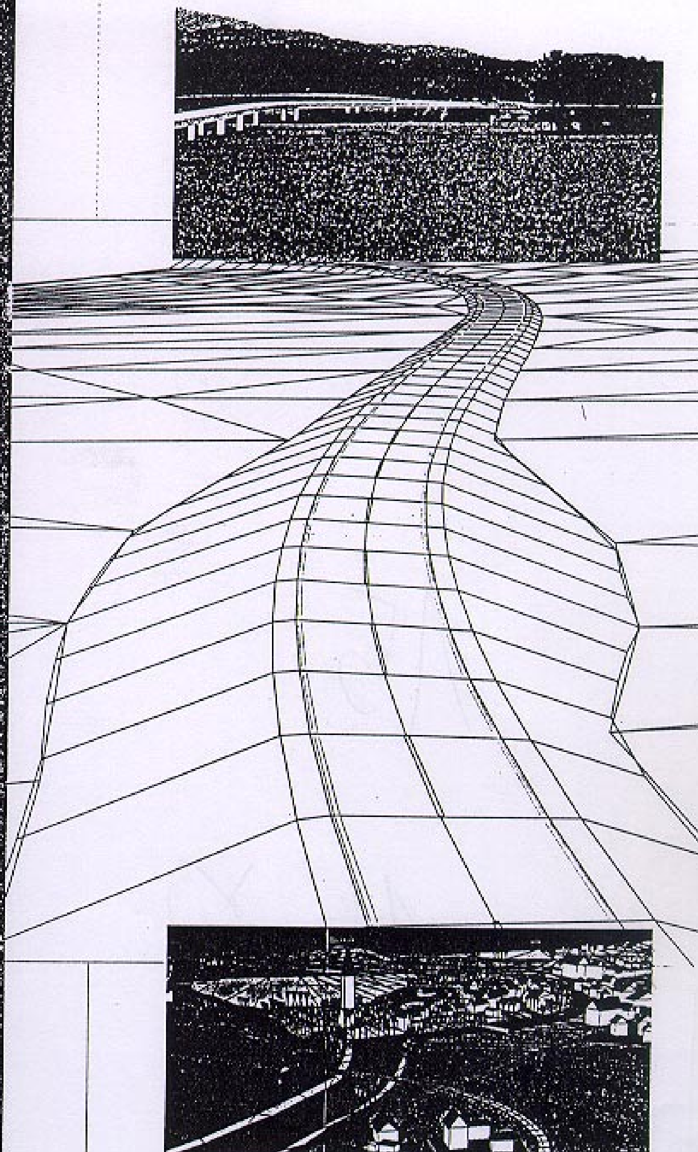
varstvo okolja

geografski informacijski sistemi v prometnem inženirstvu

vodenje projektov

informacijski sistemi v prometu

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo
Prometnotehniški inštitut
Jamova 2, p.p. 579
61000 Ljubljana, Slovenija
Telefon: 061 / 176 85 00
061 / 125 07 01
Faks: 061 / 125 06 92



Prometnotehniški inštitut

30 let

TURK, Goran; ZUPAN, Dejan; FLAJS, Rado; PLANINC, Igor
9. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki

Založnik: Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana

Oblikovanje naslovnice: SAJE, Veronika

Tisk: Fotokopiranje Slatner, s.p., Ljubljana

Obseg: 26 strani

Naklada: 100 izvodov

Ljubljana, 2003