8. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki

Univerza v Ljubljani

Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Goran Turk, Rado Flajs in Igor Planinc

Ljubljana, 17. april 2002

8. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki Ljubljana 2002

Letos smo na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo organizirali že 8. državno prvenstvo v gradbeni mehaniki. Prvenstvo je pripravil organizacijski odbor v sestavi:

Goran Turk,
Stane Srpčič,
Igor Planinc,
Rado Flajs,
Dejan Zupan,
Alenka Ambrož–Jurgec (Srednja gradbena šola, Maribor),
Bojan Lutman (Srednja tehniška in zdravstvena šola, Novo mesto),
Irena Posavec (Srednja tehniška šola, Celje),
Marlenka Žolnir Petrič (Srednja tehniška šola, Celje) in
Duška Tomšič (Srednja gradbena in ekonomska šola, Ljubljana).

Na tekmovanje smo povabili dijakinje in dijake tretjih in četrtih letnikov srednjih tehniških šol in tehniških gimnazij. Odbor je pripravil naloge za predtekmovanje in sklepno tekmovanje ter pregledal in ocenil izdelke tekmovalk in tekmovalcev.

Na predtekmovanje se je prijavilo 84 dijakinj in dijakov tretjega in 46 dijakinj in dijakov letnika. V sredo, 13. marca 2002, so na srednjih šolah reševali enake predtekmovalne naloge. Osemindvajset najuspešnejših na predtekmovanju se je uvrstilo na sklepno tekmovanje, ki je potekalo 17. aprila 2002 v prostorih Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Na sklepno tekmovanje so se uvrstili naslednje dijakinje in dijaki:

3. letnik		
ime in priimek	**kraj**	**mentor**
Miha Bratkovič	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Jana Dragan	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
David Finšgar	Maribor[3]	Maja Lorger
Tomaž Grebenc	Ljubljana[2]	Duška Tomšič
Jaka Grilanc	Maribor[4]	Vili Vesenjak
Aleš Omerzel	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
Florjan Plevčak	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
Damjan Prikeržnik	Maribor[3]	Maja Lorger
Anže Rezar	Celje[1]	Marlenka Žolnir Petrič
Marko Rožič	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Jure Škrbec	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Blaž Šonc	Novo mesto[6]	Nevenka Cesar
Andrej Umek	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Tilen Tehovnik	Ljubljana[2]	Duška Tomšič
Luka Turk	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Matjaž Vertuš	Maribor[3]	Maja Lorger
Stevan Vukobrat	Maribor[3]	Maja Lorger

4. letnik		
ime in priimek	**kraj**	**mentor**
Peter Alešnik	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Vladimir Antolič	Maribor[3]	Eva Dvořakova
David Antolinc	Celje[1]	Mišo Kneževič
Ivo Glasnović	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Urban Kastelic	Novo mesto[6]	Bojan Lutman
Marko Kovačič	Novo mesto[6]	Bojan Lutman
Robert Krajnc	Maribor[3]	Maja Lorger
Jernej Lasbaher	Maribor[4]	Vili Vesenjak
Marko Malnarič	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Ana Penca	Novo mesto[5]	Bojan Lutman
Mitja Senekovič	Maribor[4]	Vili Vesenjak

[1] Poklicna in tehniška gradbena šola Celje
[2] Srednja gradbena in ekonomska šola Ljubljana
[3] Srednja gradbena šola Maribor
[4] Srednja kovinarska, strojna in metalurška šola Maribor
[5] Šolski center Novo mesto, Poklicna in tehniška elektro šola ter tehniška gimnazija
[6] Šolski center Novo mesto, Poklicna in tehniška gradbena in lesarska šola

Sklepno tekmovanje se je začelo 17. aprila 2002 ob 11.00 na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Po 120 minutah reševanja nalog so si tekmovalke in tekmovalci pod vodstvom izr. prof. dr. Roka Žarniča ogledali Konstrukcijsko prometni laboratorij na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani.

Medtem je komisija za ocenjevanje v sestavi Bojan Čas, Rado Flajs, Igor Planinc, Goran Turk in Dejan Zupan (vsi Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo) pregledala in ocenila naloge s sklepnega tekmovanja.

Po skupnem kosilu so bili popoldne v svečani dvorani Fakultete za gradbeništvo in geodezijo objavljeni rezultati. Pohvale in nagrade je dijakinjam in dijakom podelil dekan FGG izr. prof. dr. Bojan Majes, ki je tekmovanje tudi zaključil. Pohvaljeni so bili vsi udeleženci sklepnega tekmovanja, najuspešnejši pa so bili:

3. letnik			
ime in priimek	**kraj**	**nagrada**	**točke**
Jana Dragan	Novo mesto	1. nagrada	65
Marko Rožič	Novo mesto	2. nagrada	60
Blaž Šonc	Novo mesto	3. nagrada	55
Luka Turk	Novo mesto	3. nagrada	55
4. letnik			
ime in priimek	**kraj**	**nagrada**	**točke**
Marko Malnarič	Novo mesto	1. nagrada	85
Peter Alešnik	Novo mesto	2. nagrada	75
Ivo Glasnović	Novo mesto	2. nagrada	75
David Antolinc	Celje	3. nagrada	65
Marko Kovačič	Novo mesto	3. nagrada	65

V naslednjih dveh preglednicah prikazujemo nekatere podatke o tem, kako so dijakinje in dijaki reševali predtekmovalne naloge in naloge na sklepnem tekmovanju. Najvišja možna ocena za posamezno nalogo je 25%.

Povprečna ocena na predtekmovanju je bila precej nižja od povprečja v prejšnjih letih (lani je bilo povprečje 37.4%, prejšnja leta pa je bilo povprečje še višje). Na sklepnem tekmovanju so bile ocene bistveno boljše in so celo presegle ravan prejšnjih let (lani v tretjih letnikih 27.9%, v četrtih pa 46.8%). Na sklepno tekmovanje so se uvrstili vse dijakinje in dijaki, ki so na predtekmovanju dosegli vsaj 40%.

predtekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	4.28	4.93	3.26	5.94	18.41
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	25	20	25	25	75

predtekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	6.83	5.83	3.83	11.50	28.00
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	25	25	15	25	75

sklepno tekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	5.88	3.35	13.47	11.76	34.47
najnižja ocena	0	0	0	0	5
najvišja ocena	20	12	25	25	65

sklepno tekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	7.22	18.89	20.00	12.78	58.89
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	15	25	25	25	85

Glede na povprečne ocene posameznih nalog moramo sklepali, da so bile z izjemo četrte naloge pri 4. letnikih vse naloge na predtekmovanju zelo težke. Na predtekmovanju je bila letos povprečna ocena izredno nizka. Verjeten razlog za to je v tem, da se je letos predtekmovanja očitno udeležilo večje število za to tekmovanje nepripravljenih dijakov. Ker pa je skoraj vsako predtekmovalno nalogo nekdo tudi pravilno rešil, lahko sklepamo, da naloge vendar niso bile pretežke. Bistveno spodbudnejša je slika, če pregledamo rezultate sklepnega tekmovanja, kjer so bile ocene zelo visoke. Izkazalo se je, da so bile nekoliko težje le prva naloga za oba letnika in druga naloga za 3. letnike.

Zanimivo je tudi, koliko tekmovalk in tekmovalcev je pravilno rešilo posamezne naloge. Iz naslednje preglednice bi lahko sklepali, da sta bili najlažji četrta naloga na predtekmovanju in tretja naloga na sklepnem tekmovanju.

Število tekmovalk in tekmovalcev, ki so pravilno rešili posamezne naloge			
predtekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
3	0	1	13
predtekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
3	3	0	6
sklepno tekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
0	0	6	1
sklepno tekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
0	4	5	2

Tekmovanje so finančno podprli:
Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport;
Slovensko društvo gradbenih konstruktorjev;
ter naslednje pedagoško–raziskovalne enote
Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani:
Prometno tehnični inštitut;
Inštitut za konstrukcije, potresno inženirstvo in računalništvo;
Katedra za masivne in lesene konstrukcije;
Katedra za mehaniko;
Katedra za mehaniko tal z laboratorijem;
Katedra za mehaniko tekočin z laboratorijem;
Katedra za metalne konstrukcije;
Katedra za preskušanje materialov in konstrukcij in
Katedra za stavbe in konstrukcijske elemente.

Vsem sponzorjem se za izkazano podporo iskreno zahvaljujemo.

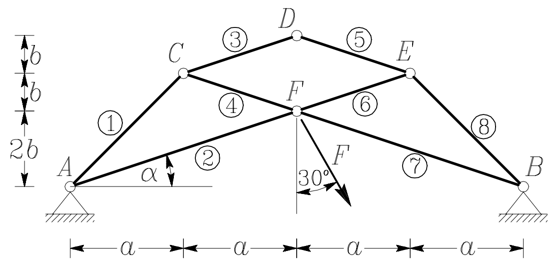
Informacije o tekmovanju lahko najdete tudi na internetu na naslovu:
`http://www.km.fgg.uni-lj.si/tekma/tekma.htm`.

Naloge s predtekmovanja za 3. letnike

1. naloga

Izračunaj reakcije in osne sile v vseh palicah paličja!

$F = 10\,\text{kN}$,
$3\,b = a$.



Rešitev: Iz ravnotežja sil v vozliščih C, D in E sledi, da so sile v palicah 1, 3, 4, 5, 6 in 8 enake nič.

$$N_1 = N_3 = N_4 = N_5 = N_6 = N_8 = 0.$$

Iz ravnotežja sil v vozlišču F izračunamo sili v palicah 2 in 7. Najprej izračunamo kot α

$$\text{tg}\alpha = \frac{2b}{2a} = \frac{1}{3} \qquad \rightarrow \qquad \alpha = 18.43^\circ,$$

nato pa iz enačb

$$\sum_{\text{voz. } F} X = -N_2 \cos\alpha + N_7 \cos\alpha + F \sin 30^\circ = 0,$$
$$\sum_{\text{voz. } F} Y = -N_2 \sin\alpha - N_7 \sin\alpha - F \cos 30^\circ = 0$$

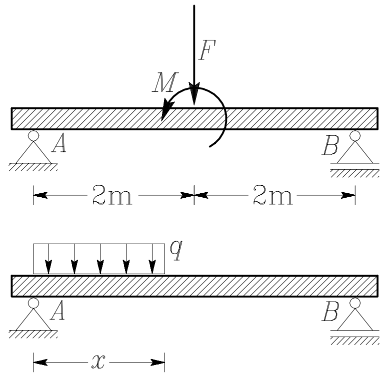
izračunamo osni sili v palicah 2 in 7:

$$N_2 = -11.06\,\text{kN} \qquad\qquad N_7 = -16.33\,\text{kN}.$$

Iz ravnotežnih enačb za vozlišči A in B na koncu izračunamo še reakcije:

$$A_x = -N_2\,\cos\alpha = 10.49, \qquad A_y = -N_2\,\sin\alpha = 3.50\,\text{kN},$$
$$B_x = N_7\,\cos\alpha = -15.49, \qquad B_y = -N_7\,\sin\alpha = 5.16\,\text{kN}.$$

2. naloga



Če nosilec obravnavamo kot togo telo, lahko enakomerno zvezno obtežbo q nadomestimo s silo F in momentom M na sredini nosilca. Določi velikost enakomerne zvezne obtežbe q, ki deluje na območju desno od leve podpore (glej sliko), in območje x, na katerem ta obtežba deluje! Izračunaj in nariši tudi diagrame upogibnih momentov za oba obtežna primera!

$F = 3\,\mathrm{kN}$
$M = 3.75\,\mathrm{kNm}$.

Rešitev: Vsota vseh sil v navpični smeri in vsota momentov glede na poljubno točko (vzemimo točko A) morata biti v primeru obeh obtežb enaki:

$$F = q\,x, \qquad M - F \cdot 2 = -q\,x^2/2.$$

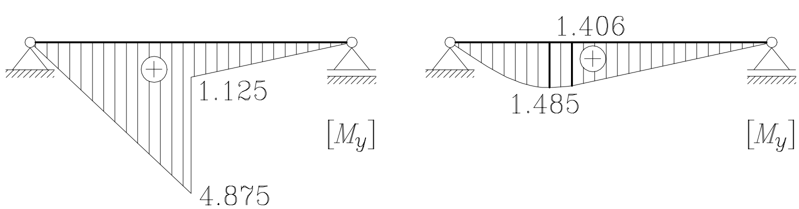
Iz teh dveh enačb določimo q in x:

$$x = 1.5\,\mathrm{m}, \qquad q = 2\,\mathrm{kN/m}.$$

Reakcije v podporah A in B so pri obeh obtežnih primerih enaki:

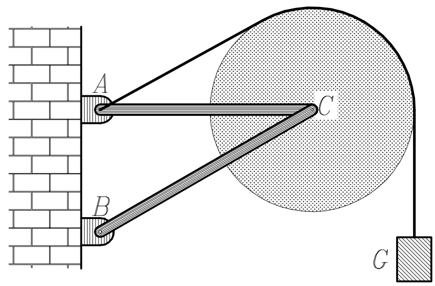
$$A_x = 0 \qquad A_z = -2.4375\,\mathrm{kN} \qquad B_z = -0.5625\,\mathrm{kN}.$$

Diagrama upogibnih momentov za oba obtežna primera prikazujemo na naslednji sliki. Na levi je diagram upogibnih momentov zaradi točkovne sile F in točkovnega momenta M, na desni pa zaradi zvezne obtežbe q.



3. naloga

Na preprosto paličje, sestavljeno iz dveh palic, je v prostem vozlišču pritrjen škripec. Določi reakcije v podporah A in B ter sili v palicah AC in BC! Palica AC je dolga 1 m, kot ACB je enak 30°. Polmer škripca r je relativno velik: 50 cm. Teža bremena G je 1 kN. Pri računu upoštevaj, da v ležaju škripca ni trenja (to pomeni, da je sila v vrvi povsod enaka)!

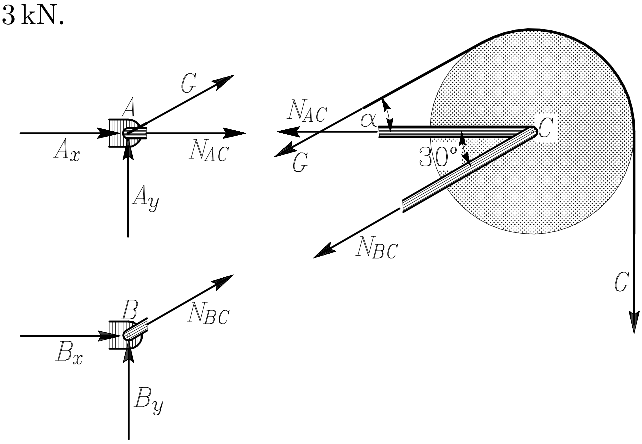


Rešitev: Konstrukcijo razstavimo na tri dele (glej sliko): škripec, podpora A in podpora B, nato zapišemo za vsak del konstrukcije po dve ravnotežni enačbi. Ravnotežni enačbi za del s škripcem sta:

$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad -N_{AC} - N_{BC}\cos 30^\circ - G\cos\alpha = 0,$$

$$\sum Y = 0 \quad \rightarrow \quad N_{BC}\sin 30^\circ + G\sin\alpha + G = 0,$$

kjer je $\alpha = \arcsin(50/100) = 30^\circ$. Iz teh enačb izračunamo sili $N_{AC} = 1.732\,\mathrm{kN}$ in $N_{BC} = -3\,\mathrm{kN}$.



Reakcije v podporah A in B lahko izračunamo tako, da zapišemo ravnotežni enačbi za obe podprti vozlišči

$$\sum_A X = 0 \quad \rightarrow \quad A_x = -N_{AC} - G\cos\alpha = -2.598\,\mathrm{kN},$$

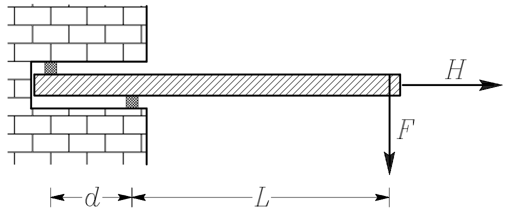
$$\sum_A Y = 0 \quad \rightarrow \quad A_y = -G\sin\alpha = -0.5\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_B X = 0 \quad \rightarrow \quad B_x = -N_{BC}\cos 30^\circ = 2.598\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_B Y = 0 \quad \rightarrow \quad B_y = -N_{BC}\sin 30^\circ = 1.5\,\mathrm{kN}.$$

4. naloga

Gredo vpnemo v odprtino v zidu tako, kot kaže slika. Kolikšna je najmanjša sila H, s katero lahko gredo povlečemo iz zidu? V navpični smeri na prostem koncu grede deluje sila $F = 10\,\mathrm{kN}$. Vodoravna sila v vpetišču je odvisna le od sile trenja



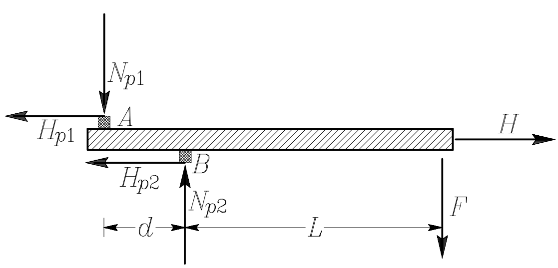
$$H_p = N_p\,k_t,$$

kjer je N_p normalna sila v stiku med nosilcem in podporo, koeficient trenja pa je $k_t = 0.7$.

$L = 1.5\,\mathrm{m}$,
$d = 0.5\,\mathrm{m}$.

Rešitev: Iz momentnih ravnotežnih pogojev glede na točki A in B lahko določimo normalni sili N_{p1} in N_{p2}:

$$\sum M^A = 0 \quad \rightarrow \quad N_{p2}\,0.5 - F\,2 = 0 \quad \rightarrow \quad N_{p2} = 40\,\mathrm{kN},$$
$$\sum M^B = 0 \quad \rightarrow \quad N_{p1}\,0.5 - F\,1.5 = 0 \quad \rightarrow \quad N_{p1} = 30\,\mathrm{kN}.$$



Najmanjša sila, s katero lahko nosilec izvlečemo iz zida, je enaka vsoti sil H_{p1} in H_{p2}

$$H = H_{p1} + H_{p2} = N_{p1}\,k_t + N_{p2}\,k_t = 49\,\mathrm{kN}.$$

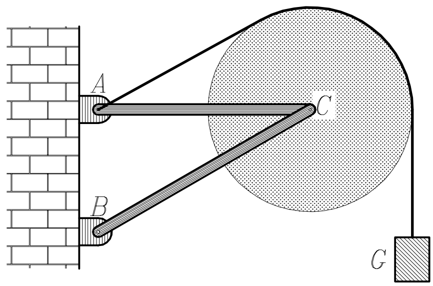
Naloge s predtekmovanja za 4. letnike

1. naloga in **2. naloga**

Glej nalogi za 3. letnike!

3. naloga

Na preprosto paličje, sestavljeno iz dveh palic, je v prostem vozlišču pritrjen škripec. Določi reakcije v podporah A in B ter sili v palicah AC in BC! Palica AC je dolga 1 m, kot ACB je enak 30°. Polmer škripca r je relativno velik: 40 cm. Teža bremena G je 1 kN. Pri računu upoštevaj, da v ležaju škripca ni trenja (to pomeni, da je sila v vrvi povsod enaka)!



Rešitev: Konstrukcijo razstavimo na tri dele (glej sliko pri 3. nalogi za 3. letnike): škripec, podpora A in podpora B, nato zapišemo za vsak del konstrukcije po dve ravnotežni enačbi. Ravnotežni enačbi za izrezani del s škripcem sta:

$$\sum X = 0 \quad \to \quad -N_{AC} - N_{BC}\cos 30^\circ - G\cos\alpha = 0,$$
$$\sum Y = 0 \quad \to \quad N_{BC}\sin 30^\circ + G\sin\alpha + G = 0,$$

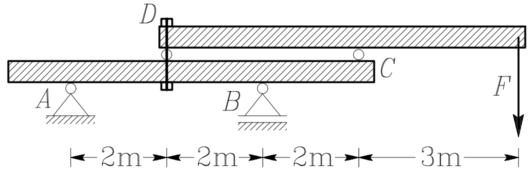
kjer je $\alpha = \arcsin(40/100) = 23.578^\circ$. Iz teh enačb izračunamo sili $N_{AC} = 1.508\,\text{kN}$ in $N_{BC} = -2.8\,\text{kN}$.

Reakcije v podporah A in B lahko izračunamo tako, da zapišemo ravnotežni enačbi za obe podprti vozlišči

$$\sum_A X = 0 \quad \to \quad A_x = -N_{AC} - G\cos\alpha = -2.424\,\text{kN},$$
$$\sum_A Y = 0 \quad \to \quad A_y = -G\sin\alpha = -0.4\,\text{kN},$$
$$\sum_B X = 0 \quad \to \quad B_x = -N_{BC}\cos 30^\circ = 2.424\,\text{kN},$$
$$\sum_B Y = 0 \quad \to \quad B_y = -N_{BC}\sin 30^\circ = 1.4\,\text{kN}.$$

4. naloga

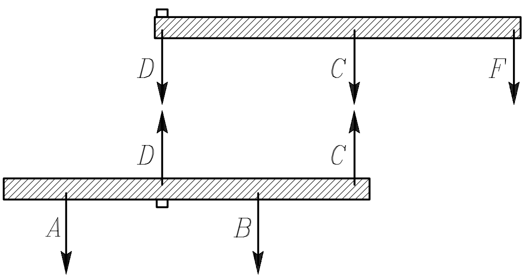
Dve gredi sta povezani v konstrukcijo tako, kot kaže slika. Določi normalne napetosti v vijaku D s premerom 8 mm, če je sila $F = 3\,\mathrm{kN}$! Izračunaj in nariši diagram poteka upogibnega momenta v spodnji gredi!

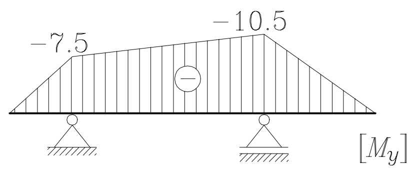


Rešitev: Ker v vodoravni smeri ni nobene obtežbe, vodoravne reakcije za prikazano konstrukcijo ni. Silo v vijaku D in silo v vezi C izračunamo iz momentnih ravnotežnih pogojev na točki C in D za zgornji nosilec (glej sliko):

$$\sum M^C = 0 \quad \rightarrow \quad D\,4 - F\,3 = 0 \quad \rightarrow \quad D = \frac{3\,F}{4} = 2.25\,\mathrm{kN},$$

$$\sum M^D = 0 \quad \rightarrow \quad C\,4 + F\,7 = 0 \quad \rightarrow \quad C = -\frac{7\,F}{4} = -5.25\,\mathrm{kN}.$$





Ploščina prereza vijaka je

$$A_v = \frac{8^2\pi}{4} = 50.26\,\mathrm{mm}^2 = 0.5026\,\mathrm{cm}^2,$$

napetost σ pa izračunamo s preprosto enačbo

$$\sigma = \frac{N_v}{A_v} = \frac{D}{A_v} = 4.476\,\mathrm{kN/cm}^2.$$

Ko iz momentnih ravnotežnih pogojev glede na podprti vozlišči A in B za spodnji nosilec izračunamo reakciji v podporah A in B

$$\sum M^A = 0 \quad \rightarrow \quad D\,2 - B\,4 + C\,6 = 0 \quad \rightarrow \quad B = \frac{2\,D + 6\,C}{4} = -6.75\,\mathrm{kN},$$

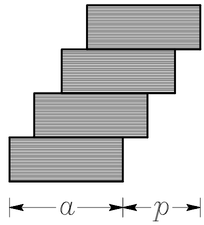
$$\sum M^B = 0 \quad \rightarrow \quad A\,4 - D\,2 + C\,2 = 0 \quad \rightarrow \quad A = \frac{2\,D - 2\,C}{4} = 3.75\,\mathrm{kN},$$

lahko v nadaljevanju določimo še potek upogibnega momenta za spodnjo gredo, ki ga prikazujemo na sliki.

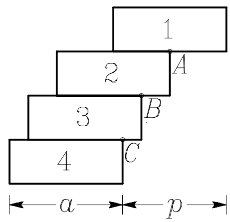
Naloge s sklepnega tekmovanja za 3. letnike

1. naloga

Na ravno podlago zložimo štiri izvode tvoje najljubše knjige tako, kot kaže slika. Določi strategijo polaganja knjig tako, da je dolžina "strehe" p največja, določi torej posamezne zamike med knjigami. Določi tudi dolžino "strehe" p. Dimenzija a je višina tvoje najljubše knjige.



Rešitev: Knjige moramo položiti tako, da se ne prevrnejo okoli točk A, B ali C. Zato mora biti težišče prve (zgornje) knjige nad točko A ali levo od nje. Skupno težišče zgornjih dveh nad točka B in skupno težišče zgornjih treh nad točko C. Vemo, da je težišče vsake posamezne knjige na sredini. Zato je dolžina strehe prve knjige p_1 enaka $a/2$. Za drugi dve dolžini p_2 in p_3 pa moramo malo računati:



Izračunajmo lego težišča zgornjih dveh knjig glede na točko A, ki je hkrati tudi dolžina strehe pod drugo knjigo p_2:

$$x_{12} = \frac{G \cdot a/2 - G \cdot 0}{2\,G} = \frac{a}{4} = p_2,$$

kjer je G teža knjige. Na podoben način določimo tudi dolžino strehe pod tretjo knjigo p_3:

$$x_{123} = \frac{G \cdot a/2 - 2\,G \cdot 0}{3\,G} = \frac{a}{6} = p_3.$$

Skupna dolžina strehe je torej enaka vrednosti

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = \frac{a}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{11}{12}\,a = 0.917\,a.$$

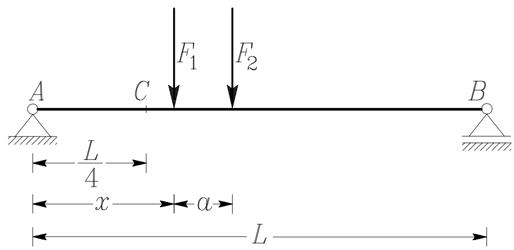
Sedaj lahko tudi sklepamo na dolžino strehe za poljubno število knjig n:

$$p = \frac{a}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n-1}\right).$$

Zanimivo je, da je vsota te vrste, ko gre število knjig proti neskončnosti, neskončna. To pomeni, da lahko na ta način (teoretično) naredimo poljubno dolgo streho.

2. naloga

Obravnavamo prostoležeči nosilec, obremenjen z dvema silama F_1 in F_2 tako, kot kaže slika. Razdalja x se lahko spreminja. Določi tak x, da bo upogibni moment v točki C na četrtini nosilca največji in ugotovi, kolikšen je ta moment.
$L = 16\,\mathrm{m}$,
$a = 3\,\mathrm{m}$,
$F_1 = 10\,\mathrm{kN}$,
$F_2 = 20\,\mathrm{kN}$.



Rešitev: Predvidevamo lahko, da bo največji moment takrat, ko bo ena ali druga sila delovala v točki C. Zato izračunamo momenta za ti dve legi sil: za $x = 1\,\mathrm{m}$ in za $x = 4\,\mathrm{m}$. Za oba primera izračunamo reakcijo v podpori A in upogibni moment v točki C.

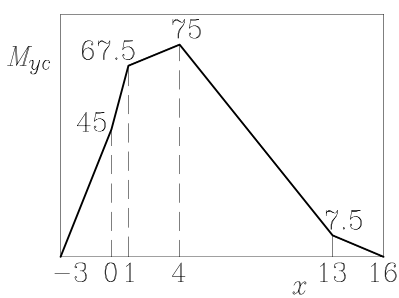
Za $x = 1\,\mathrm{m}$:

$$A_z = -\frac{1}{16}(15\,F_1 + 12\,F_2) = -24.375 \qquad M_{yc} = -4\,A_z - 3\,F_1 = 67.5\,\mathrm{kNm}.$$

Za $x = 4\,\mathrm{m}$:

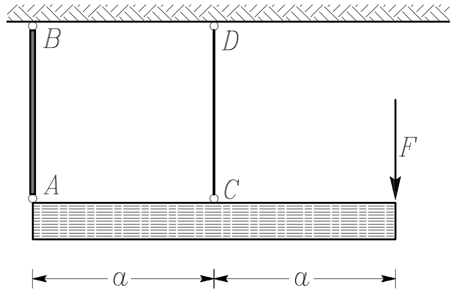
$$A_z = -\frac{1}{16}(12\,F_1 + 9\,F_2) = -18.75 \qquad M_{yc} = -4\,A_z = 75\,\mathrm{kNm}.$$

Vidimo, da je iskana lega pri $x = 4\,\mathrm{m}$, ko je moment v točki C enak $M_{yc} = 75\,\mathrm{kNm}$. Če nismo prepričani, da smo tako določili največji možni M_{yc}, lahko upogibni moment v točki C izrazimo v odvisnosti od razdalje x. To odvisnost prikazujemo na naslednji sliki.



3. naloga

Absolutno toga breztežna klada je obešena na vrvi CD in nosilcu AB, kot kaže slika. Na previsnem delu je klada obtežena s silo F. Nosilec AB popusti pri sili $25\,\mathrm{kN}$ (takrat se nosilec ukloni), vrv CD pa se pretrga pri sili $60\,\mathrm{kN}$. Določi največjo silo F, ki jo konstrukcija prenese.



Se konstrukcija poruši zato, ker popusti vrv, ali zato, ker se ukloni nosilec? Določi tudi lego sile F tako, da bosta vrv in nosilec popustila istočasno. Razdalja $a = 3\,\mathrm{m}$.

Rešitev: Izračunajmo osni sili v elementih AB in CD v odvisnosti od sile F:

$$\sum M^C = 0 \quad \to \quad F\,a + N_{AB}\,a = 0 \quad \to \quad N_{AB} = -F \text{ (tlak)},$$
$$\sum M^A = 0 \quad \to \quad F\,2a - N_{CD}\,a = 0 \quad \to \quad N_{AB} = 2F \text{ (nateg)}.$$

Iz pogojev porušitve za oba elementa lahko določimo mejno silo:

$$|N_{AB}| = F \le 25 \quad \to \quad F \le 25,$$
$$|N_{CD}| = 2F \le 60 \quad \to \quad F \le 30.$$

Vidimo torej, da je največja točkovna sila na prostem robu, ki jo prikazana konstrukcija lahko prenese $25\,\mathrm{kN}$. Pri tej sili se ukloni nosilec AB.

Poiščimo sedaj še tisto razdaljo x od desnega roba klade, da bosta nosilec in vrv popustila istočasno. Ponovno zapišimo momentna ravnotežna pogoja glede na točki C in A

$$\sum M^C = 0 \quad \to \quad F\,(3-x) + N_{AB}\,3 = 0 \quad \to \quad N_{AB} = -\frac{F\,(3-x)}{3} \text{ (tlak)},$$
$$\sum M^A = 0 \quad \to \quad F\,(6-x) - N_{CD}\,3 = 0 \quad \to \quad N_{CD} = \frac{F\,(6-x)}{3} \text{ (nateg)}.$$

Sedaj zapišimo mejni sili, pri čemer upoštevamo, da je sila N_{AB} za $x \le 3$ negativna:

$$\frac{F\,(3-x)}{3} = 25, \qquad \frac{F\,(6-x)}{3} = 60.$$

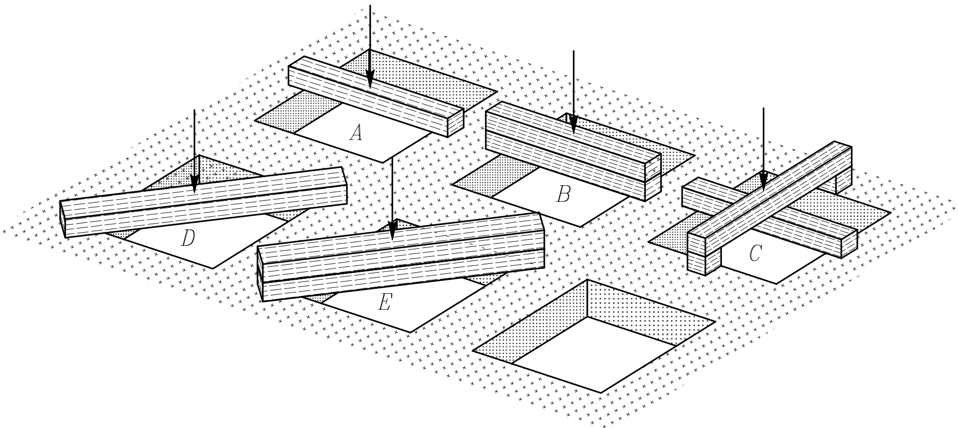
Rešitev tega sistema dveh linearnih enačb je:

$$x = \frac{6}{7}\,\mathrm{m}, \qquad F = 35\,\mathrm{kN}.$$

Če silo F premaknemo za $6/7$ m od desnega roba, je mejna sila enaka $35\,\mathrm{kN}$. V tem primeru istočasno popustita nosilec in vrv.

4. naloga

V plošči imamo šest enakih kvadratnih odprtin. Nosilne konstrukcije nad luknjami so zgrajene iz lesenih nosilcev z enakim prečnim prerezom. Vsi stiki med nosilci so zlepljeni z idealnim lepilom, ki preprečuje vse medsebojne pomike. Razvrsti nosilne konstrukcije po nosilnosti in razvrstitev utemelji.



Rešitev: Vzemimo, da preverjamo največjo normalno napetost na sredini nosilca, ki jo izračunamo po enačbi

$$\sigma_{xx} = \frac{M_y}{W_y}, \qquad M_y = \frac{F\,L}{4}, \qquad W_y = \frac{I_y}{h/2} = \frac{b\,h^3/12}{h/2} = \frac{b\,h^2}{6},$$

kjer smo z L označili razpon nosilca, s h in b pa višino in širino prečnega prereza. Normalna napetost je torej enaka

$$\sigma_{xx} = \frac{3\,F\,L}{2\,b\,h^2}.$$

Stranico kvadratne odprtine označimo z a, za prečni prerez posameznih nosilcev pa predpostavimo, da je pravokotne oblike s širino b in višino c. V naslednji preglednici podajamo izračun napetosti za vseh pet primerov, normirano na primer A:

primer	A	B	C	D	E
L	a	a	a	$a\sqrt{2}$	$a\sqrt{2}$
h	c	$2\,c$	c	c	$2\,c$
$\dfrac{\sigma_{xx}}{\frac{3\,F\,a}{2\,b\,c^2}}$	1.00	0.25	0.50*	1.41	0.35

* V primeru C upoštevamo, da silo enakovredno prevzameta dva nosilca, zato je napetost dvakrat manjša.

Iz prikazane preglednice lahko sklepamo na vrstni red po nosilnosti (od najbolj nosilnega proti najmanj nosilnem): B, E, C, A, D.

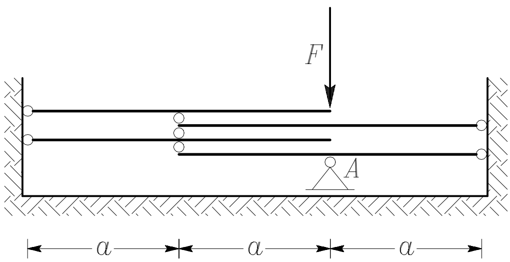
Naloge s sklepnega tekmovanja za 4. letnike

1. naloga

Glej 1. nalogo s sklepnega tekmovanja za 3. letnike.

2. naloga

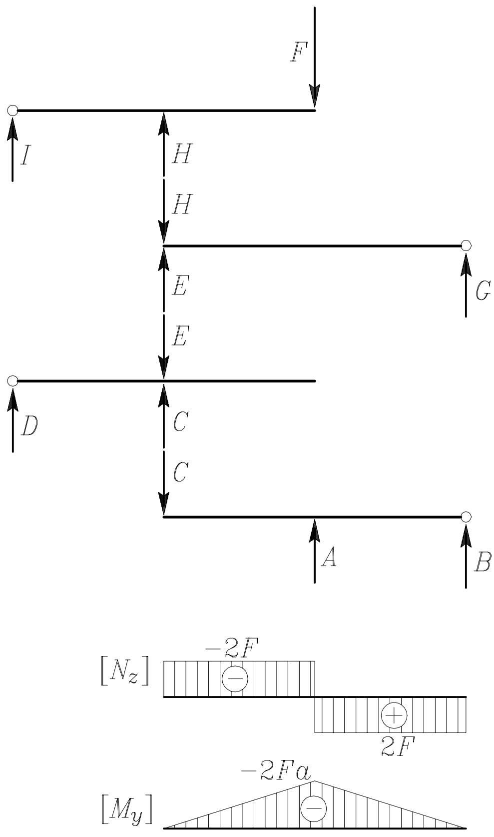
Določi reakcijo v podpori A in notranje sile v spodnjem nosilcu.



Rešitev: Konstrukcijo razstavimo na dele tako, kot je prikazano na sliki. V vezeh in podporah predpostavimo neznane sile $A, \ldots, I$. Iz ravnotežnih pogojev za posamezne dele izračunamo sile v vezeh in reakcije v podporah:

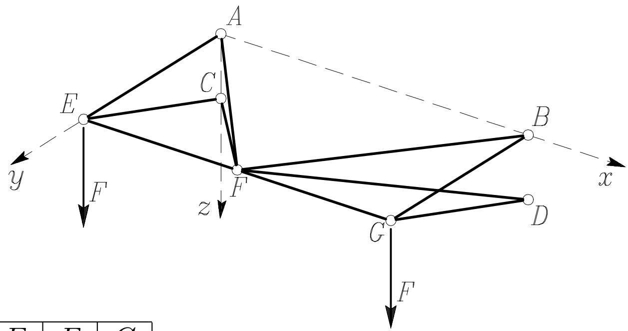
$$
\begin{aligned}
I &= -F, & H &= 2F, \\
E &= 2F, & G &= 0, \\
D &= 0, & C &= 2F, \\
A &= 4F, & B &= -2F.
\end{aligned}
$$

Spodnji nosilec, ki je prostoležeči nosilec s previsom, je na prostem robu obtežen s točkovno silo $2F$. Reakcija v podpori A je enaka $4F$. Osna sila N_x je enaka nič, prečna sila N_z in upogibni moment M_y pa sta prikazana na sliki.



3. naloga

Obravnavamo prostorsko paličje, prikazano na sliki. Vozlišča A, B, C in D so nepomično podprta, vozlišča E, F in G pa so prosta. Določi osne sile v palicah GB, GD, GF. Sila F je enaka $10\,\mathrm{kN}$.



Koordinate vozlišč so:

Točka	A	B	C	D	E	F	G
x [m]	0	6	0	6	0	3	6
y [m]	0	0	0	0	3	3	3
z [m]	0	0	2	2	0	0	0

Rešitev: Prikazano prostorsko paličje je sicer statično nedoločeno in ga z uporabo le ravnotežnih pogojev ne moremo rešiti. Kljub temu pa lahko izračunamo sile v palicah GB, GD, GF, saj se v vozlišču G stikajo le te tri palice. Iz ravnotežnih pogojev za sile v smereh x, y in z lahko izračunamo sile v palicah:

$$\sum_G X = 0 \quad \rightarrow \quad -N_{GF} = 0,$$

$$\sum_G Y = 0 \quad \rightarrow \quad -N_{GB} - N_{GD}\,\cos\alpha = 0,$$

$$\sum_G Z = 0 \quad \rightarrow \quad N_{GD}\,\sin\alpha + F = 0,$$

kjer α izračunamo takole:

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad \alpha = 33.69°.$$

Rešitev zgornjega sistema enačb je:

$$N_{GF} = 0, \qquad N_{GB} = 15 \text{ (nateg)}, \qquad N_{GD} = -18.03 \text{ (tlak)}.$$

4. naloga

Glej 4. nalogo s sklepnega tekmovanja za 3. letnike.

pedagoška
dejavnost

raziskovalna
in strokovna
dejavnost

prometno planiranje

projektiranje
prometnih objektov

prometna varnost

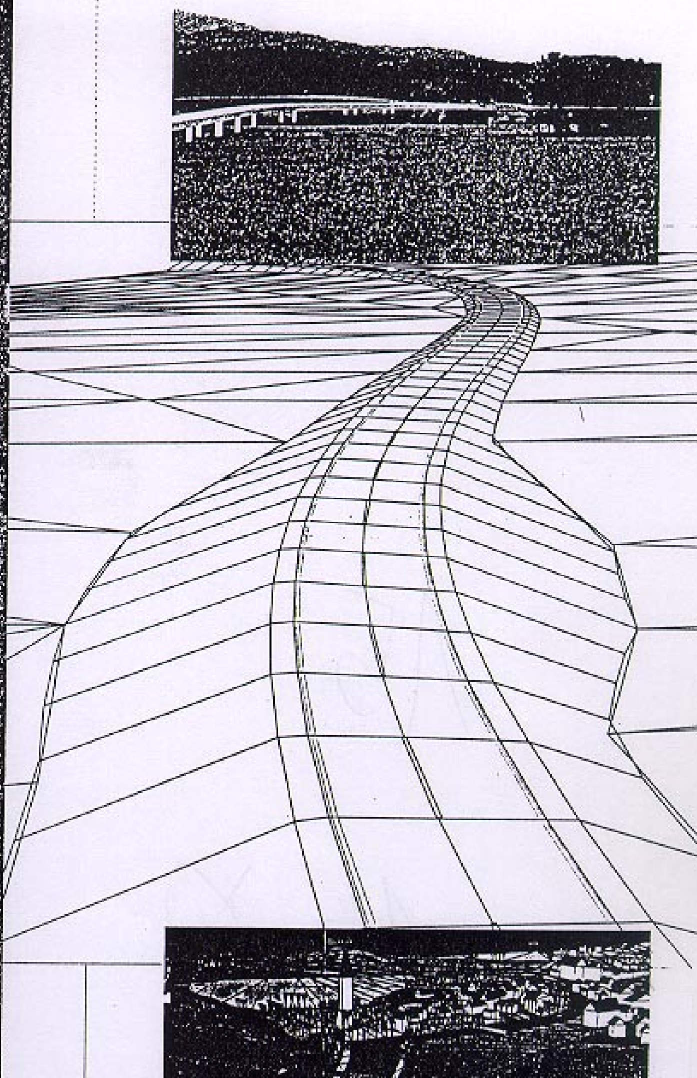
sistemi za vodenje
prometa

varstvo okolja

geografski
informacijski sistemi v
prometnem inženirstvu

vodenje projektov

informacijski sistemi v
prometu



Univerza v Ljubljani
Fakulteta za gradbeništvo
in geodezijo
Prometnotehniški inštitut
Jamova 2, p.p. 579
61000 Ljubljana, Slovenija
Telefon: 061 / 176 85 00
061 / 125 07 01
Faks: 061 / 125 06 92

Prometnotehniški inštitut

30 let

TURK, Goran; FLAJS, Rado; PLANINC, Igor
8. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki

Založnik: Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana

Oblikovanje naslovnice: SAJE, Veronika

Tisk: Fotokopiranje Slatner, s.p., Ljubljana

Obseg: 19 strani

Naklada: 100 izvodov

Ljubljana, 2002