

# **7. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki**

**Univerza v Ljubljani**

**Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo**

**Goran Turk, Blaž Vratnar in Marjan Stanek**

**Ljubljana, 16. maj 2001**

# **7. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki**

## **Ljubljana 2001**

Letos smo na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo organizirali že 7. državno prvenstvo v gradbeni mehaniki. Prvenstvo je pripravil organizacijski odbor v sestavi:

**Marjan Stanek** (predsednik),

**Stane Srpčič**,

**Goran Turk**,

**Blaž Vratinar**,

**Rado Flajs**,

**Dejan Zupan**,

**Alenka Ambrož–Jurgec** (Srednja gradbena šola, Maribor),

**Bojan Lutman** (Srednja tehniška in zdravstvena šola, Novo mesto),

**Irena Posavec** (Srednja tehniška šola, Celje),

**Marlenka Žolnir Petrič** (Srednja tehniška šola, Celje) in

**Duška Tomšič** (Srednja gradbena in ekonomska šola, Ljubljana).

Na tekmovanje smo povabili dijake tretjih in četrteh letnikov srednjih tehniških šol in tehniških gimnazij. Odbor je pripravil naloge za predtekmovanje in sklepno tekmovanje ter pregledal in ocenil izdelke tekmovalk in tekmovalcev.

Na predtekmovanje se je prijavilo 55 učenk in učencev tretjega in 49 učenk in učencev četrtega letnika. V sredo, 18. aprila 2001 so na srednjih šolah reševali enake predtekmovalne naloge. Devetindvajset najuspešnejših na predtekmovanju se je uvrstilo na sklepno tekmovanje, ki je potekalo 16. maja 2001 v prostorih Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Na sklepno tekmovanje so se uvrstili naslednje dijakinja in dijaki.

3. letnik		
ime in priimek	kraj	mentor
David Antolinc	Celje <sup>1</sup>	Ljubo Milenković
Jure Volčanžek		
Robert Novak	Ljubljana <sup>2</sup>	Duška Tomšič
Dejan Šetinc		
Robert Krajnc	Maribor <sup>3</sup>	Maja Lörger
Jernej Lasbaher	Maribor <sup>4</sup>	Vili Vesenjak
Ivo Glasnović	Novo mesto <sup>5</sup>	Bojan Lutman
Damir Klemenčič		
Marko Malnarič		
Aleš Perše <sup>6</sup>		
Janko Sotošek		
4. letnik		
ime in priimek	kraj	mentor
Marko Jagodič	Celje <sup>1</sup>	Mišo Knežević
Andrej Juričko		
Jože Kunšek		
Andrej Leskovšek		
Borislav Djukić	Ljubljana <sup>2</sup>	Majda Pregl
Andraž Hočevar		
Matjaž Jelušič		
Tanja Marcola		
Mitja Velikanje		
Simon Dovtel	Maribor <sup>3</sup>	Maja Lörger
Vojko Titan		
Teodor Horvat	Maribor <sup>4</sup>	Vili Vesenjak
Mihael Korošec		
Gregor Zupan		
Matej Božič	Novo mesto <sup>6</sup>	Bojan Lutman
Matej Kocjan		
Aleš Lekše		
Franc Sinur		

<sup>1</sup> Poklicna in tehniška gradbena šola Celje

<sup>2</sup> Srednja gradbena in ekonomska šola Ljubljana

<sup>3</sup> Srednja kovinarska, strojna in metalurška šola Maribor

<sup>4</sup> Srednja gradbena šola Maribor

<sup>5</sup> Šolski center Novo mesto, Tehniška gimnazija

<sup>6</sup> Šolski center Novo mesto, Poklicna in tehniška gradbena in lesarska šola

Sklepno tekmovanje se je začelo 16. maja 2001 ob 11.00 na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Po 120 minutah reševanja nalog so si tekmovalke in tekmovalci pod vodstvom mag. Bruna Dujiča ogledali Konstrukcijsko prometni laboratorij na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani.

Po skupnem kosilu so bili popoldne v svečani dvorani Fakultete za gradbeništvo in geodezijo objavljeni rezultati. Pohvale in nagrade je dijakom podelil izr. prof. dr. Stane Srpičič, ki je tekmovanje tudi zaključil. Pohvaljeni so bili vsi udeleženci sklepnega tekmovanja, najuspešnejši pa so bili:

3. letnik			
ime in priimek	kraj	nagrada	točke
Ivo Glasnović	Novo mesto	2. nagrada	48
Robert Krajnc	Maribor	2. nagrada	40
Marko Malnarič	Novo mesto	3. nagrada	36
Jernej Lasbaher	Maribor	3. nagrada	35
David Antolinc	Celje	3. nagrada	33

4. letnik			
ime in priimek	kraj	nagrada	točke
Mihail Korošec	Maribor	1. nagrada	83
Franc Sinur	Novo mesto	2. nagrada	68
Gregor Zupan	Maribor	2. nagrada	65
Jože Kunšek	Celje	3. nagrada	63
Matej Kocjan	Novo mesto	3. nagrada	62

V naslednjih dveh preglednicah prikazujemo nekatere podatke o tem, kako so učenke in učenci reševali predtekmovalne naloge in naloge na sklepnu tekmovanju. Najvišja možna ocena za posamezno nalogu je 25%.

Povprečna ocena na predtekmovanju je bila precej nižja od lanske (lani 49.4%), na sklepnu tekmovanju pa nekoliko nižja kot lani (lani v tretjih letnikih 32.2%, v četrтиh pa 50.6 %). Na sklepno tekmovanje so se v konkurenči tretjih letnikov uvrstili vsi, ki so na predtekmovanju dosegli vsaj 35 %, v konkurenči četrthih letnikov pa je bilo za uvrstitev na sklepno tekmovanje potrebno doseči 55% ali več točk.

<b>predtekmovanje [%]</b>					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
<b>povprečje</b>	8.40	16.32	9.13	3.58	37.43
<b>najnižja ocena</b>	0	0	0	0	0
<b>najvišja ocena</b>	25	25	25	25	100
<b>sklepno tekmovanje za 3. letnike [%]</b>					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
<b>povprečje</b>	13.64	4.09	5.36	4.82	27.91
<b>najnižja ocena</b>	3	0	0	0	3
<b>najvišja ocena</b>	25	20	18	25	48
<b>sklepno tekmovanje za 4. letnike [%]</b>					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
<b>povprečje</b>	12.61	15.83	12.78	5.56	46.78
<b>najnižja ocena</b>	0	0	5	0	20
<b>najvišja ocena</b>	25	25	25	15	80

Glede na povprečne ocene posameznih nalog moramo sklepali, da so bile 2. naloga na predtekmovanju ter 1. za tretje letnike ter 1., 2. in 3. za četrte letnike na sklepnom tekmovanju nekoliko lažje, druge pa so bile težje. Iz preglednice lahko sklepamo, da je bila najtežja 2. naloga pri tretjih letnikih na sklepnom tekmovanju. Zanimivo je tudi pogledati, koliko tekmovalk in tekmovalcev je pravilno rešilo posamezne naloge.

<b>Število tekmovalk in tekmovalcev, ki so pravilno rešili posamezne naloge</b>			
<b>predtekmovanje</b>			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
17 (23.6%)	23 (31.9%)	8 (11.1%)	1 (1.4%)
<b>sklepno tekmovanje za 3. letnike</b>			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
1 (9.1%)	0 (0.0%)	0 (0.0%)	1 (9.1%)
<b>sklepno tekmovanje za 4. letnike</b>			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
1 (5.6%)	5 (27.8%)	2 (11.1%)	0 (0.0%)

Tekmovanje so finančno podprli:

**Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport,**

**Slovensko društvo gradbenih konstruktorjev,**

**LANCom, Maribor,**

**Bramac, Škocjan** ter naslednje pedagoško–znanstvene enote

**Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani:**

**Prometno tehnični inštitut,**

**Inštitut za konstrukcije, potresno inženirstvo in računalništvo,**

**Katedra za masivne in lesene konstrukcije,**

**Katedra za mehaniko,**

**Katedra za mehaniko tal z laboratorijem,**

**Katedra za mehaniko tekočin z laboratorijem,**

**Katedra za metalne konstrukcije,**

**Katedra za preskušanje materialov in konstrukcij in**

**Katedra za stavbe in konstrukcijske elemente.**

Vsem sponzorjem se za izkazano podporo lepo zahvaljujemo.

Informacije o tekmovanju lahko najdete tudi na internetu na naslovu:

<http://www.km.fgg.uni-lj.si/tekma/tekma.htm>.

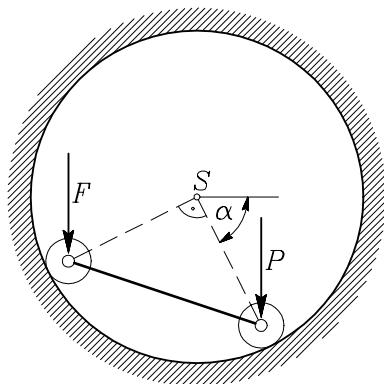
# Naloge s predtekmovanja

## 1. naloga

Voziček z idealnimi kolesci (tako, da v ležajih ni trenja) postavimo v cev, kot je prikazano na sliki. Določi ravnotežno lego vozička (kot  $\alpha$ ), če je sila  $P$  dvakrat večja od sile  $F$ . Nariši skico ravnotežne lege.

**Rešitev:** Skica ravnotežne lege je prikazana na sliki.

Kot  $\alpha$ , ki določa ravnotežno lego, dobimo iz momentnega ravnotežnega pogoja na točko  $S$ . Zaradi idealnih kolesc je sila podlage na voziček pravokotna na podlago, kar pomeni, da gre njena smernica skozi točko  $S$  in zato ne nastopa v momentni enačbi.



$$\sum M^S = 0 \rightarrow 2F r \cos \alpha - Fr \sin \alpha = 0 \rightarrow \tan \alpha = 2 \rightarrow \alpha = 63.4^\circ.$$

## 2. naloga

Natezno vezno spono napenjamo toliko časa, da je sila v palici 1 enaka 15 kN. Izračunaj reakcije in osne sile v vseh drugih palicah paličja.

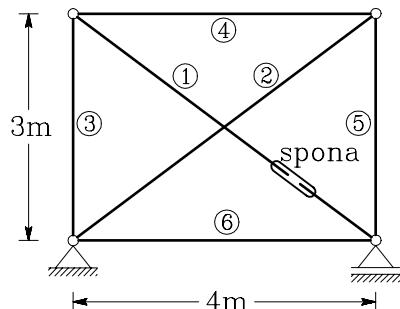
**Rešitev:** Vse reakcije so enake nič, saj sili, ki jih povzroči spona, ležita na isti smernici in sta nasprotno usmerjeni!

Iz ravnotežnih pogojev za posamezna vozlišča lahko izračunamo osne sile v palicah:

$$N_2 = 15 \text{ kN},$$

$$N_3 = N_5 = -9 \text{ kN} \text{ in}$$

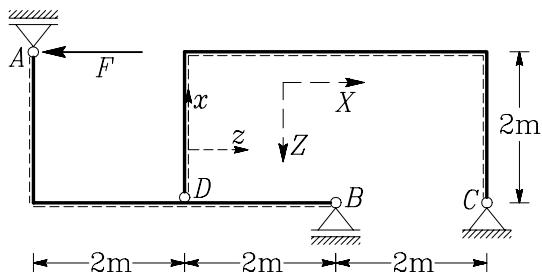
$$N_4 = N_6 = -12 \text{ kN}.$$



### 3. naloga

Določi reakcije, notranje sile (osno, prečno silo in upogibni moment) v prikazanem nosilcu.  
Nariši diagrame notranjih sil!

$$F = 15 \text{ kN}.$$



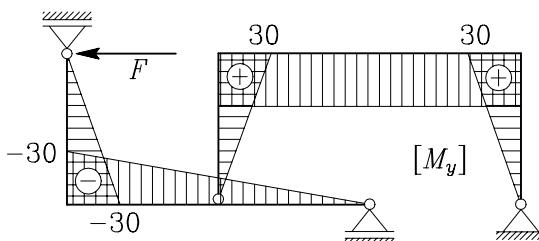
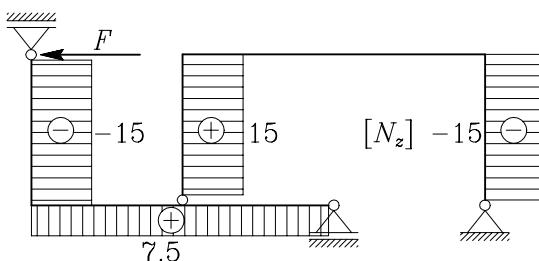
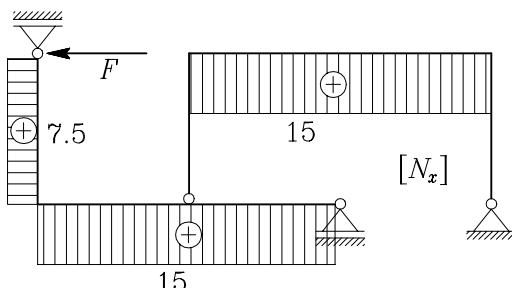
**Rešitev:** Reakcije  $A_Z$ ,  $B_Z$ ,  $C_X$  in  $C_Z$  izračunamo iz štirih ravnotežnih pogojev

$$\sum_{DC} M_y^D = 0 \rightarrow C_Z = 0,$$

$$\sum D_x = 0 \rightarrow C_X = F = 15 \text{ kN},$$

$$\sum B_y^B = 0 \rightarrow A_Z = -F/2 = -7.5 \text{ kN},$$

$$\sum F_Z = 0 \rightarrow B_Z = 7.5 \text{ kN}.$$



#### 4. naloga

Sili  $F$  sta enaki 15 kN. Togost vseh palic je enaka:  $EA_x = 20000$  kN. Določi pomike podpor  $A$  in  $C$ .

**Rešitev:** Določiti moramo sile v palicah 1, 5 in 6:

$$\sum_A F_Y = 0 \rightarrow N_1 = 0,$$

$$\sum_B F_Y = 0 \rightarrow B_Y = -N_1 = 0,$$

$$\sum_{\text{cela}} F_X = 0 \rightarrow A_X + B_X = 0 \rightarrow B_X = -40,$$

$$\sum_{\text{cela}} F_Y = 0 \rightarrow B_Y + C_Y - 2F = 0 \rightarrow C_Y = 30,$$

$$\sum_{\text{cela}} M_Z^B = 0 \rightarrow -A_X 3 - 2F 1 + C_Y 5 = 0 \rightarrow A_X = 40,$$

$$\sum_B F_X = 0 \rightarrow N_5 = -B_X = 40,$$

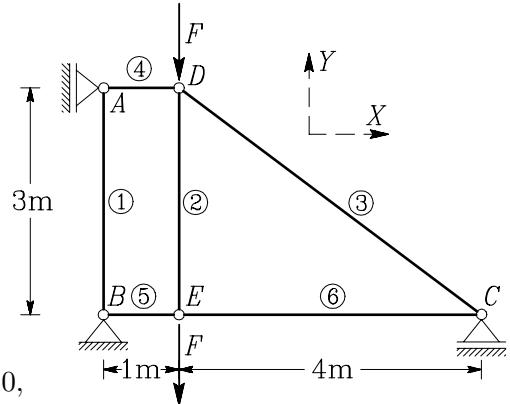
$$\sum_E F_X = 0 \rightarrow N_5 = N_6 = 40.$$

Navpični pomik podpore  $A$  je:

$$v_A = \frac{N_1 L_1}{EA_x} = 0 \text{ m.}$$

Vodoravni pomik podpore  $C$  pa je:

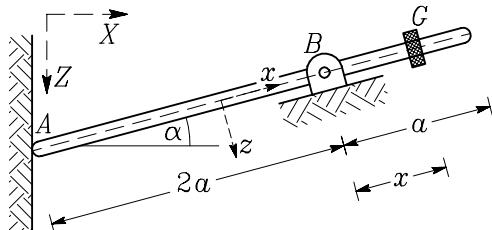
$$u_C = \frac{N_5 L_5}{EA_x} + \frac{N_6 L_6}{EA_x} = \frac{40 \cdot 1}{20000} + \frac{40 \cdot 4}{20000} = 0.01 \text{ m.}$$



# Naloge s sklepnega tekmovanja za 3. letnike

## 1. naloga

Določi najmanjšo razdaljo  $x$  uteži  $G$  od podpore  $B$  tako, da se nosilec ravno še dotika navpičnega zidu v točki  $A$ . Določi tudi notranje sile (osna sila, prečna sila in upogibni moment) ter nariši pripadajoče diagrame. Prerez nosilca je  $10 \times 12$  cm, gostota je  $750 \text{ kg/m}^3$ , masa uteži  $40 \text{ kg}$ , razdalja  $a = 1 \text{ m}$ , kot  $\alpha = 15^\circ$ . Trenja med nosilcem in zidom ni!



**Rešitev:** Določimo najprej zvezno obtežbo  $q$  zaradi lastne teže in težo bremena  $G$ :

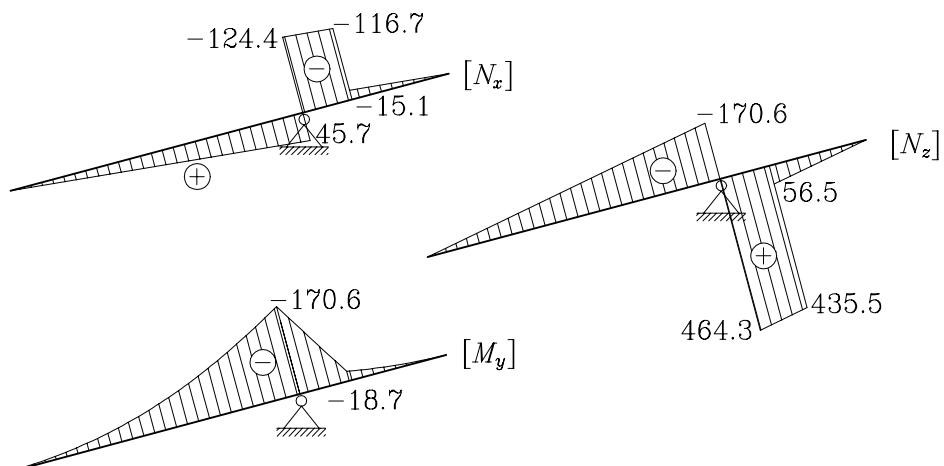
$$q = 0.1 \cdot 0.12 \cdot 750 \cdot 9.81 = 88.3 \text{ N/m},$$

$$G = 40 \cdot 9.81 = 392.4 \text{ N}.$$

Pri mejni legi bremena je reakcija v točki  $A$  enaka nič. Momentni ravnotežni pogoj:

$$\begin{aligned} \sum M_Y^B &= 0 \rightarrow G x \cos \alpha - q \cdot 3 \cdot 0.5 \cdot \cos \alpha = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{q \cdot 3 \cdot 0.5}{G} = 0.338 \text{ m}. \end{aligned}$$

Diagram notranjih sil prikazujemo na naslednji sliki.



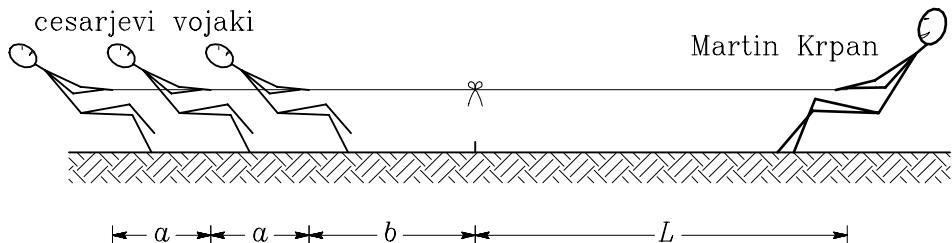
## 2. naloga

Martin Krpan se bori proti trem cesarjevim vojakom. Martin Krpan vleče s silo  $F = 30 \text{ kN}$ , toliko kot trije enako močni cesarjevi vojaki skupaj. Sedem metrov dolga vrv je nenavadno raztegljiva, saj je specifična osna togost vrvi le  $k = 150 \text{ kN m/m}$ . Kako dolgo mora biti igrišče, če ena stran zmaga tedaj, ko je oznaka s pentljko 1 m od začetne lege. Razdalje, označene na sliki, ki veljajo za trenutek, preden začnejo vsi štirje vleči, so:

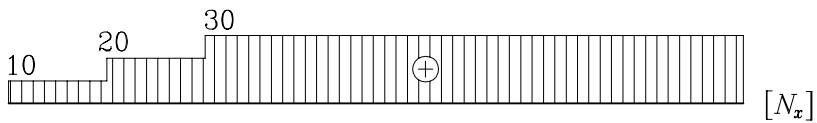
$$a = 1 \text{ m},$$

$$b = 1.5 \text{ m},$$

$$L = 3.5 \text{ m}.$$



**Rešitev:** Igrišče mora biti dolgo vsaj toliko, kolikor je dolga raztegnjena vrv plus dva metra, ki omogočata, da ena ali druga stran potegne vrv za en meter od začetne lege. Najprej določimo osno silo  $N_x$  v vrvi, ki jo prikazujemo v naslednjem diagramu.



Sprememba dolžine vrvi je

$$D = \frac{10 \cdot 1}{150} + \frac{20 \cdot 1}{150} + \frac{30 \cdot 5}{150} = 1.2 \text{ m.}$$

Velikost igrišča mora biti

$$B = 2a + b + L + D + 2 = 10.2 \text{ m.}$$

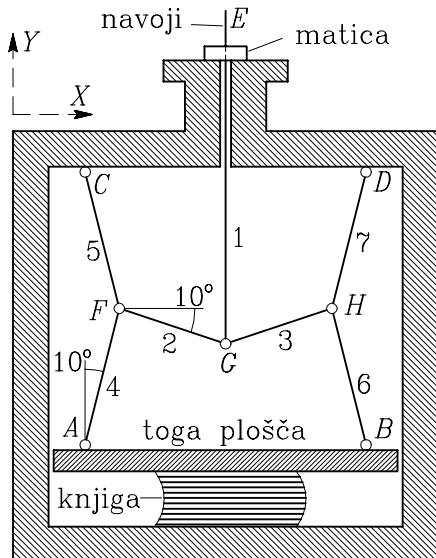
### 3. naloga

Knjigo formata B5 ( $18 \times 25 \text{ cm}$ ) želimo pri vezavi stisniti s pritiskom  $20 \text{ kPa}$ . Določi silo v palici 1, ki bo povzročila natanko tak pritisk. Palice  $AF$ ,  $CF$ ,  $BH$ ,  $DH$  so dolge  $30 \text{ cm}$ , njihov naklon glede na navpičnico je  $10^\circ$ , palici  $FG$  in  $GH$  sta dolgi  $20 \text{ cm}$ , njun naklon glede na vodoravnico je  $10^\circ$ .

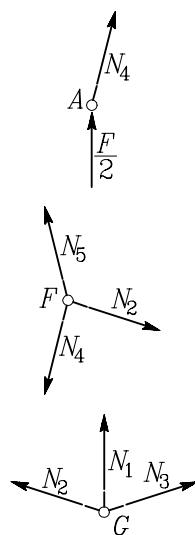
**Rešitev:** Izračunajmo najprej skupno navpično silo, s katero moramo pritisniti na knjigo:

$$F = 20 \cdot 0.18 \cdot 0.25 = 0.9 \text{ kN}.$$

Polovico te sile prevzame palica 4, polovico pa palica 6.



Sile v palicah izračunamo iz ravnotežnih pogojev za posamezna vozlišča.



$$\sum_A F_Y = 0 \rightarrow \frac{F}{2} + N_4 \cos 10^\circ = 0,$$

$$\sum_F F_X = 0 \rightarrow -N_4 \sin 10^\circ - N_5 \sin 10^\circ + N_2 \cos 10^\circ = 0,$$

$$\sum_F F_Y = 0 \rightarrow -N_4 \cos 10^\circ + N_5 \cos 10^\circ - N_2 \sin 10^\circ = 0,$$

$$\sum_G F_X = 0 \rightarrow -N_2 \cos 10^\circ + N_3 \cos 10^\circ = 0,$$

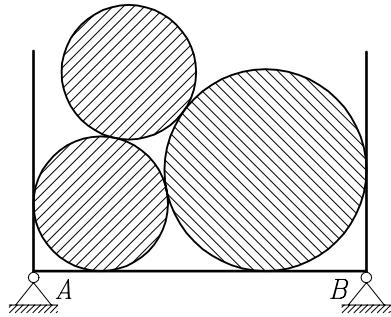
$$\sum_G F_Y = 0 \rightarrow N_2 \sin 10^\circ + N_3 \sin 10^\circ + N_1 = 0.$$

Zaradi simetrije velja, da je  $N_7 = N_5$  in  $N_6 = N_4$ . Rezultate prikazujemo v naslednjih preglednici:

$N_1$	$N_2$	$N_3$	$N_4$	$N_5$	$N_6$	$N_7$
<b>0.058</b>	-0.166	-0.166	-0.457	-0.486	-0.457	-0.486

#### 4. naloga

Trije neskončno dolgi valji z enako specifično težo  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$  so ograjeni s togimi okvirji, ki so razporejeni na razdaljah 2 m. Eden izmed teh okvirjev in prečni prerez valjev so prikazani na sliki. Manjša valja imata premer 1 m, večji pa premer 1.5 m. Trenja med valji, kakor tudi med valji in okvirji, ni. Konlikšni sta navpični reakciji v podporah okvirjev.



**Rešitev:** Izračunajmo teže cevi, ki pripadajo posameznemu okvirju:

$$G_1 = \frac{\gamma \pi 1^2}{4} \cdot 2 = 31.42 \text{ kN},$$

$$G_2 = \frac{\gamma \pi 1.5^2}{4} \cdot 2 = 70.69 \text{ kN}.$$

Razdalje  $d$ ,  $x$  in  $L$  ter kota  $\alpha$  in  $\beta$  izračunamo z naslednjimi enačbami:

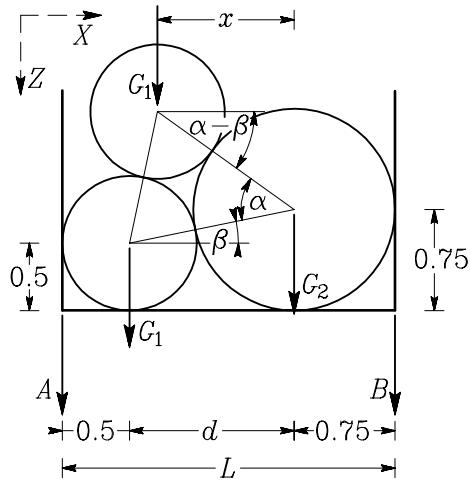
$$d = \sqrt{1.25^2 - 0.25^2} = 1.225,$$

$$L = 0.5 + d + 0.75 = 2.475,$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{0.5}{1.25} \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 23.58^\circ \rightarrow \alpha = 47.16^\circ,$$

$$\sin \beta = \frac{0.25}{1.25} \rightarrow \beta = 11.548^\circ,$$

$$x = 1.25 \cdot \cos(\alpha - \beta) = 1.016.$$



Navpični reakciji izračunamo iz ravnotežnih pogojev:

$$\sum M^B = 0 \rightarrow A L + G_2 0.75 + G_1 (L - 0.5) + G_1 (0.75 + x) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow A = -68.91 \text{ kN},$$

$$\sum Z = 0 \rightarrow A + B + 2G_1 + G_2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow B = 64.61 \text{ kN}.$$

# Naloge s sklepnega tekmovanja za 4. letnike

## 1. naloga

Glej 1. nalogo s sklepnega tekmovanja za 3. letnike.

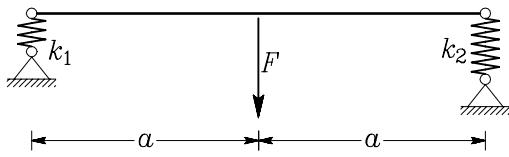
## 2. naloga

Glej 2. nalogo s sklepnega tekmovanja za 3. letnike.

## 3. naloga

Nosilec ima vztrajnostni moment  $I_y = 1.25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$ , elastični modul je  $E = 21000 \text{ kN/cm}^2$ , sila  $F$  je

15 kN. Razdalja  $a$  je  $a = 1.5 \text{ m}$ . Vzmet sta različni, leva vzmet je bolj toga od desne:

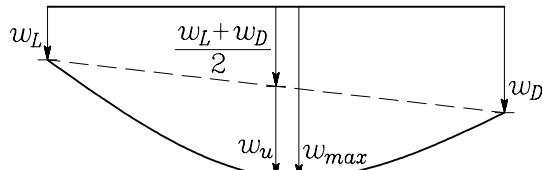


**Rešitev:** Reakciji v obeh podporah sta enaki  $F/2$ . Izračunajmo

pomika podpor:

$$w_L = \frac{F}{2k_1} = 0.01875 \text{ m},$$

$$w_D = \frac{F}{2k_2} = 0.0375 \text{ m}.$$



Pomik na sredini nosilca zaradi upogiba izračunamo po naslednji enačbi:

$$w_u = \frac{F(2a)^3}{48EI_y} = 0.03214 \text{ m}.$$

Skupni pomik na sredini nosilca pa izračunamo takole (glej sliko):

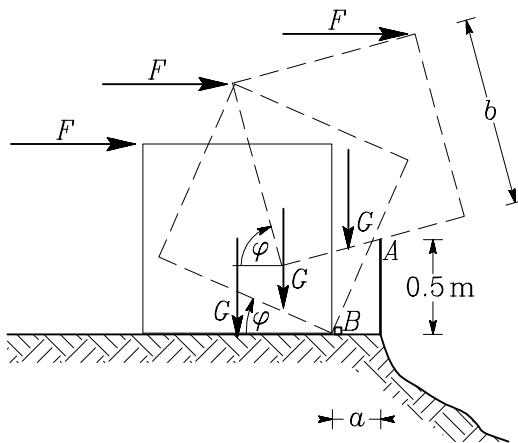
$$w = \frac{w_L + w_D}{2} + w_u = 0.0603 \text{ m}.$$

To ni največji skupni pomik. Če zapišemo enačbo upogibnice, ugotovimo, da največji pomik nastopi pri  $x = 1.6537 \text{ m}$  in znaša

$$w_{max} = 0.0607 \text{ m}.$$

#### 4. naloga

Homogeno kocko z maso 50 kg in robom  $b = 1 \text{ m}$  želimo spraviti čez 0.5 m visoko ograjo. Zvračamo le z vodoravno silo v zgornjem (levem) robu kocke (glej sliko). Določi in nariši zvezo med silo  $F$  in nagnjenostjo kocke  $\varphi$  od začetka zvračanja, do trenutka, ko se kocka prevesi čez ograjo. Upoštevaj, da je trenje tolikšno, da v nobenem primeru ne pride do zdrsa med kocko in ograjo.

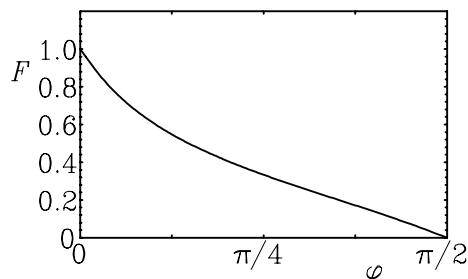
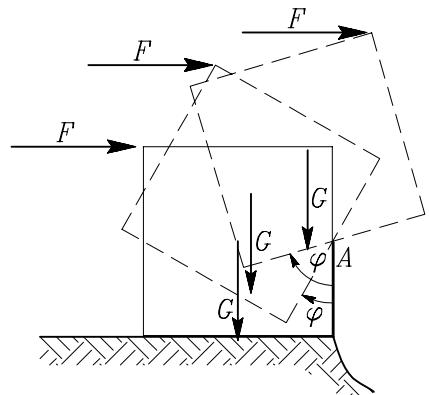


Najprej določi zvezo za primer, da je začetna lega kocke tik ob ograji. Zvračanje kocke si lahko olajšamo tako, da v tla pritrdimo letvico, okoli katere se bo kocka najprej zvrnila, ko se kocka nasloni na vrh ograje se vrti le še okoli te točke. Poskus predvideti, kako daleč ( $a$ ) od ograje moramo pritrditi letvico, da bo potrebna sila zvračanja najmanjša.

**Rešitev:** Zvezo med nagnjenostjo kocke  $\varphi$  in potreben silo zvračanja  $F$  določimo iz ravnotežnega pogoja glede na točko A (glej spodnjo sliko):

$$\begin{aligned} \sum M^A &= 0 \rightarrow G \frac{b}{2} \cos \varphi - F \left( \frac{b}{2} \cos \varphi + b \sin \varphi \right) = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow F = G \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi + 2 \sin \varphi} = G \frac{1}{1 + 2 \operatorname{tg} \varphi} \end{aligned}$$

Zvezo med nagnjenostjo kocke in potreben silo prikazujemo tudi na naslednji sliki. Sila  $F$  je največja na začetku, ko je enaka teži kocke  $G$ .



V primeru, da si pri zvračanju kocke pomagamo z letvico, moramo račun razdeliti na dva dela: v prvem se kocka zvrača okoli letvice  $B$ , ko se kocka dotakne ograje se začne vrteti okoli roba ograje  $A$ . Pri obračanju kocke okoli letvice zapišemo momentni ravnotežni pogoj glede na točko  $B$  (glej sliko ob besedilu naloge):

$$\begin{aligned}\sum M^B = 0 &\rightarrow G \left( \frac{b}{2} \cos \varphi - \frac{b}{2} \sin \varphi \right) - F(b \cos \varphi + b \sin \varphi) = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow F = G \frac{\cos \varphi - \sin \varphi}{2(\cos \varphi + \sin \varphi)} = G \frac{1 - \operatorname{tg} \varphi}{2(1 + \operatorname{tg} \varphi)}.\end{aligned}$$

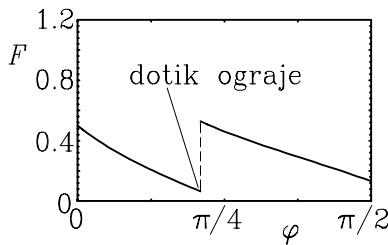
Preden zapišemo še ravnotežni pogoj glede na točko  $A$ , ki velja za drugi del zvračanja kocke, moramo določiti še razdaljo  $y = \overline{AB}$

$$y = \sqrt{(b/2)^2 + a^2}.$$

Ravnotežni pogoj glede na točko  $A$  je (glej sliko ob besedilu naloge):

$$\begin{aligned}\sum M^A = 0 &\rightarrow \\ &\rightarrow G \left( \left( y - \frac{b}{2} \right) \sin \varphi + \frac{b}{2} \cos \varphi \right) - F((b-y) \cos \varphi + b \sin \varphi) = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow F = G \frac{\left( \left( y - \frac{b}{2} \right) \sin \varphi + \frac{b}{2} \cos \varphi \right)}{((b-y) \cos \varphi + b \sin \varphi)}\end{aligned}$$

Pri zvračanju kocke z uporabo letvice je potrebna sila  $F$  največja v trenutku, ko kocka dotakne ograjo, kar lahko ugotovimo z risanjem grafov  $F(\varphi)$  za različne vrednosti  $a$ . Določiti želimo tak  $a$ , da bo sila  $F$  v trenutku, ko kocka dotakne ograjo, najmanjša. To lahko določimo le z numričnimi metodami: potrebna sila zvračanja je najmanjša, če je  $a = 0.3854$  m. Zvezo med nagnjenostjo kocke in potrebno silo za najugodnejšo postavitev letvice prikazujemo na sliki. Na začetku je za zvračanje kocke potrebna sila  $F = 0.5 G$ , nato pada do trenutka, ko stranica kocke dotakne ograjo. Največja sila  $F$ , ko kocka dotakne ograjo, znaša  $F = 0.528 G$ . Nato sila  $F$  pada in doseže vrednost  $F = 0$  v trenutku, ko se kocka prevesi čez ograjo.





*Človek v življenju kupi veliko  
neuporabnih stvari...*



*Pri nas ne!*

*Oprema za napredna informacijska okolja.*

*LANCom d.o.o.*

*MARIBOR - Tržaška c.63, Tel: 02/33-00-300, info@lancom.si*  
*LJUBLJANA - Tbilisijska 81, Tel: 01/24-27-350 info-lj@lancom.si*  
*WWW.LANCOM.SI*

**pedagoška  
dejavnost**

**raziskovalna  
in strokovna  
dejavnost**

**prometno planiranje**

**projektiranje  
prometnih objektov**

**prometna varnost**

**sistemi za vodenje  
prometa**

**varstvo okolja**

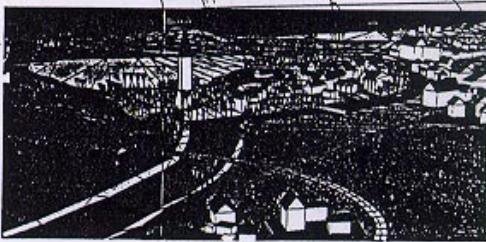
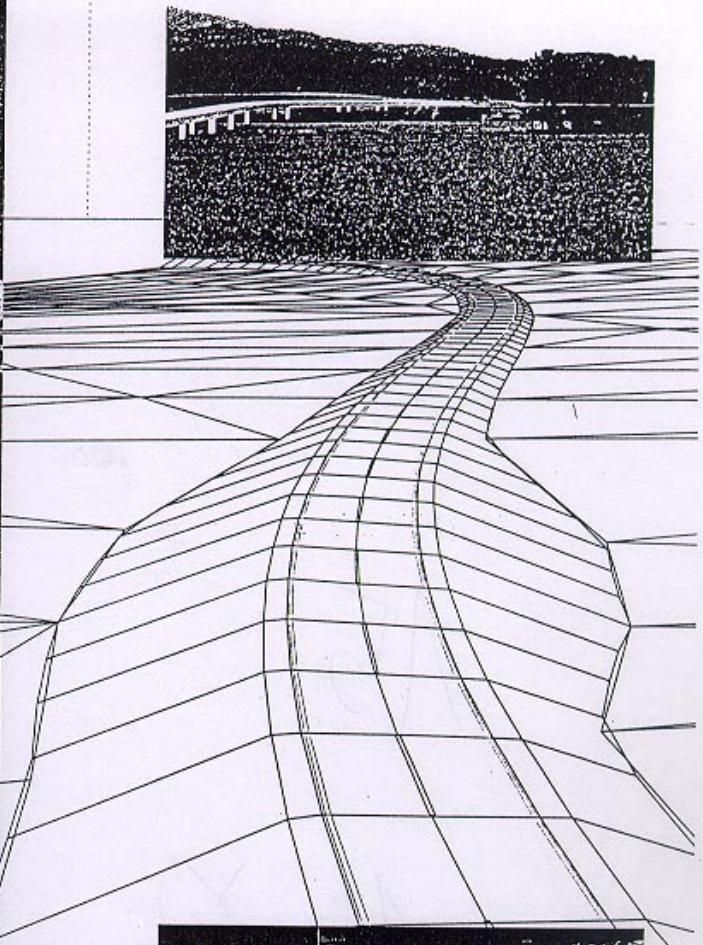
**geografski  
informacijski sistemi v  
prometnem inženirstvu**

**vodenje projektov**

**informacijski sistemi v  
prometu**



**Univerza v Ljubljani**  
**Fakulteta za gradbeništvo**  
**in geodezijo**  
**Prometotehniški inštitut**  
**Jamova 2, p.p. 579**  
**61000 Ljubljana, Slovenija**  
**Telefon: 061 / 176 85 00**  
**061 / 125 07 01**  
**Faks: 061 / 125 06 92**



**Prometotehniški inštitut**

**30 let**

# NAJ VAM KAPNE, PREDEN VAM KAPNE

0602 85 058

www.bramac.si

UKREPITE, PREDEN BO PREPOZNOV O TVEGANJU IN ŠTRANSKIH UČINKIH SE  
POSVETUJTE Z NAŠIM STROKOVNIAKOM ALI KROVCEM.

**BRAMAC**  
Vse za streho

VETAR LEO BURNETT

**TURK, Goran; VRATANAR, Blaž; STANEK, Marjan**  
**7. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki**

Založnik: Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana

Oblikovanje naslovnice: SAJE, Veronika

Tisk: Fotokopiranje Slatner, s.p., Ljubljana

Obseg: 17 strani

Naklada: 100 izvodov

Ljubljana, 2001