

Dejan Zupan

IZPITNE NALOGE IN REŠITVE NALOG S POSTOPKOM IZ PREDMETA STATIKA NA  
VISOKOŠOLSLEM ŠTUDIJU GRADBENIŠTVA

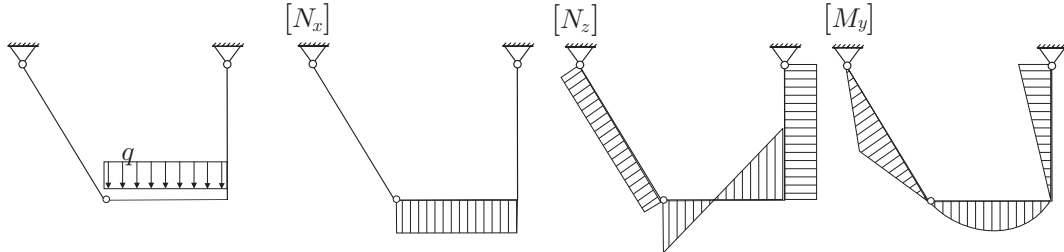
Igor Planinc

VPRAŠANJA IZ TEORIJE PRI PREDMETU STATIKA NA  
VISOKOŠOLSLEM ŠTUDIJU GRADBENIŠTVA

ŠTUDIJSKO LETO: 2006/07

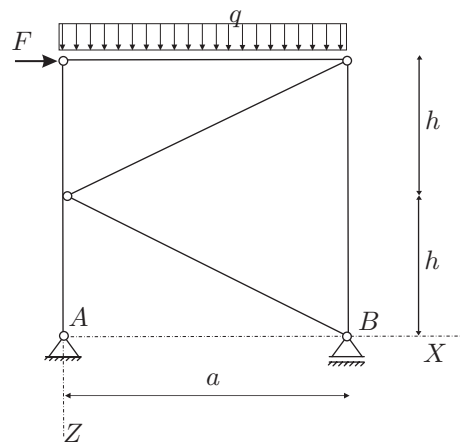
RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Janezek je na izpitu iz statike padel. Njegovi diagrami so polni napak. Pomagaj Janezku in poišči (BREZ RAČUNANJA) vse napake v spodnjih diagramih! (OBVEZNA NALOGA! 25%)



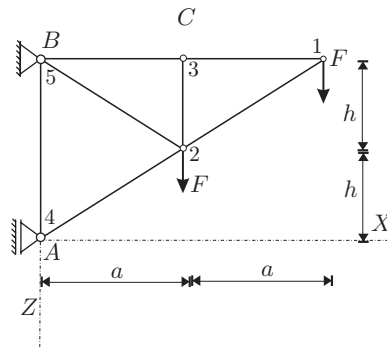
2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x$ ,  $N_z$ ,  $M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami! (OBVEZNA NALOGA! 50%)

Podatki:  $a = 4\text{ m}$ ,  $h = 3\text{ m}$ ,  
 $q = 10\text{ kN/m}$ ,  $F = 5\text{ kN}$ .



3. Za palično konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti in osne sile v vseh palicah! (25%)

Podatki:  $a = 2\text{ m}$ ,  $h = 1.5\text{ m}$ ,  $F = 10\text{ kN}$ .

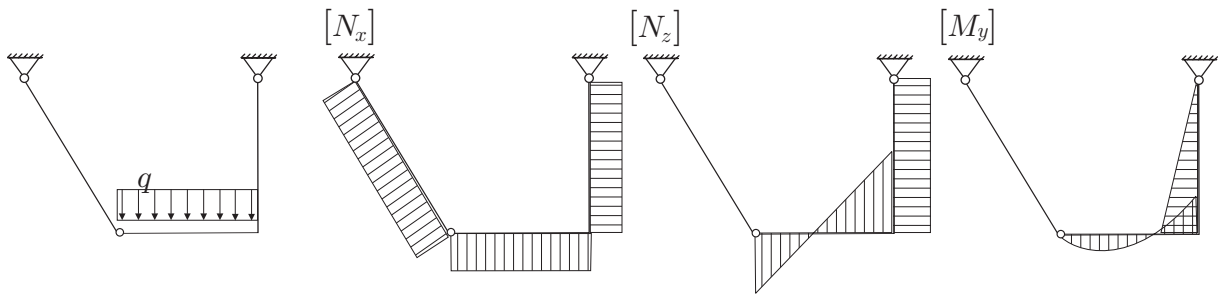


TEORETIČNI DEL IZPITA:

Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanji jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Izpeljite in opišite obe obliki nadomestnih ravnotežnih pogojev (rezultate ilustrirajte na obojestransko previsnem nosilcu s točkovno prečno silo na enem prostem robu)!
2. Izpeljite in opišite izraz za število odvzetih prostostnih stopenj, ki jih vez odvzame k nepovezanim telesom! Obravnaj tudi primer, ko imajo vsa telesa na mestu vezi enake nekatere kinematične količine, preostale količine pa so možne za vsa telesa!
3. Opišite določanje reakcij in notranjih sil statično določenih linijskih konstrukcij z izrekom o virtualnih pomikih! (Razumevanje ilustrirajte na obojestransko previsnem nosilcu s prečno in horizontalno točkovno silo na obeh previsnih robovih. Izračunajte vse notranje sile v izbranih značilnih točkah nosilca in vse reakcije!)

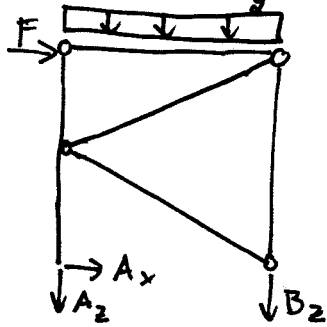
1. Naloga: PRAVILNI DIAGRAMI



2. NALOGA

a.)  $\tilde{m}_{ps} = 3 \cdot 5 - 2 - 1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 4 = 0$

b.) REAKCIJE

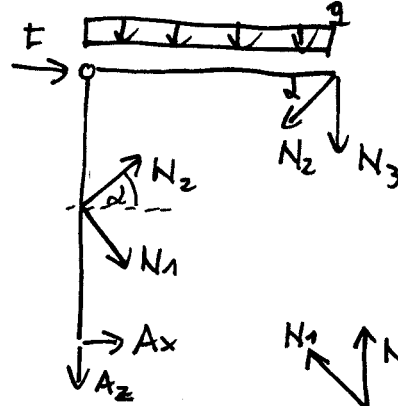


$A_x = -F$   $A_x = -5 \text{ kN}$

$A_z + B_z = -q \cdot a$   $A_z = -12.5 \text{ kN}$

$-B_z \cdot a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} - F \cdot 2h = 0$   $B_z = -27.5 \text{ kN}$

+ IZREZ PALIC



$N_1 = 0$

$N_3 = -27.5 \text{ kN}$

$A_x \cdot 2h + N_2 \cdot \cos d \cdot h = 0$

$N_2 = -\frac{2A_x}{\cos d}$

$\tan d = \frac{3}{4}$   
 $\cos d = \frac{4}{5}$   
 $\sin d = \frac{3}{5}$

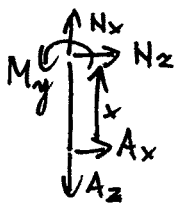
$N_2 = 12.5 \text{ kN}$

KONTROLA

$-N_3 \cdot a - N_2 \cdot \sin d \cdot a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$

$27.5 - 12.5 \cdot \frac{3}{5} - 10 \cdot 2 = 0 \checkmark$

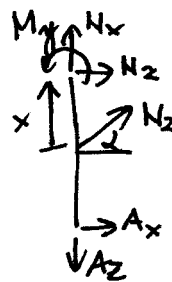
c.) NOTRANJE SILE



$N_x = -12.5 \text{ kN}$

$N_x = -A_x$   $N_x = 5 \text{ kN}$

$M_{ny} = -A_x x$   $M_{ny} = 5x$



$N_x = -12.5 - N_2 \cdot \sin d$   
 $= -12.5 - 12.5 \cdot \frac{3}{5}$

$N_x = -20 \text{ kN}$

$N_x = -A_x - N_2 \cdot \cos d$   
 $= 5 - 12.5 \cdot \frac{4}{5}$

$N_x = -5 \text{ kN}$

$M_{ny} = -A_x(x+h) - N_2 \cdot \cos d \cdot x$

$M_{ny} = 15 - 5x$

$N_x = -N_2 \cdot \cos d$

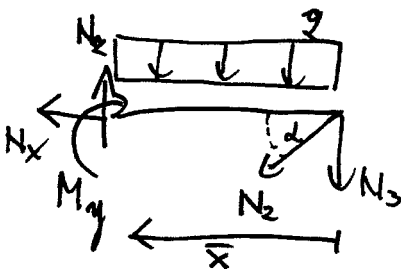
$N_x = -10 \text{ kN}$

$N_x = N_2 \cdot \sin d + N_3 + q \cdot \bar{x} = -20 + 10\bar{x}$   $N_x = -20 + 10\bar{x}$

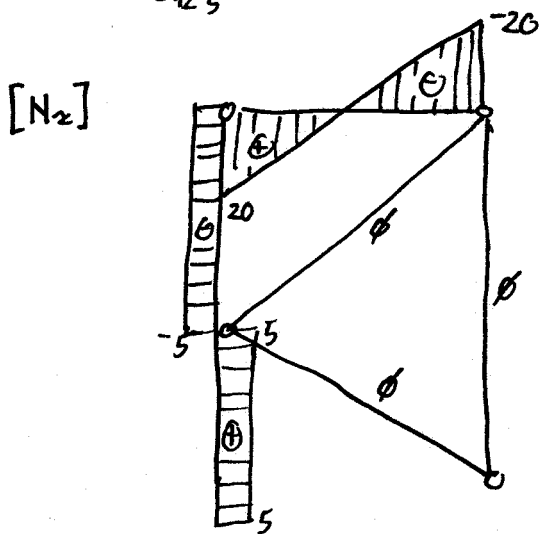
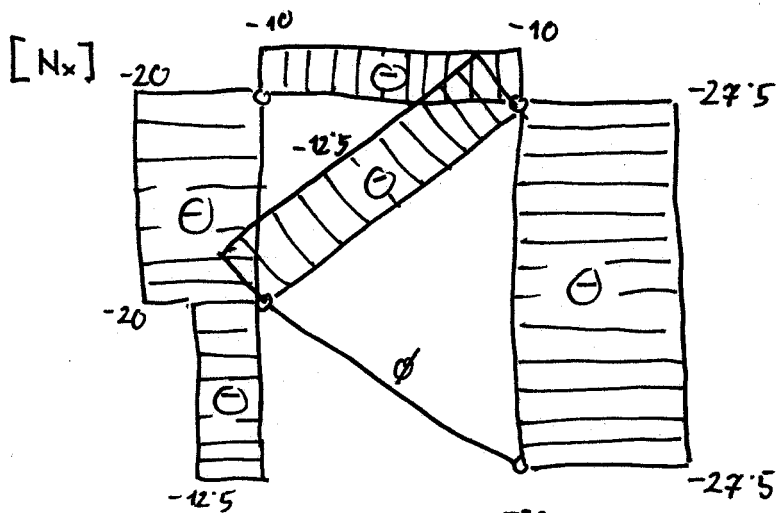
$M_{ny} = 20\bar{x} - 5\bar{x}^2$

$M_{ny} = 20\bar{x} - 5\bar{x}^2$

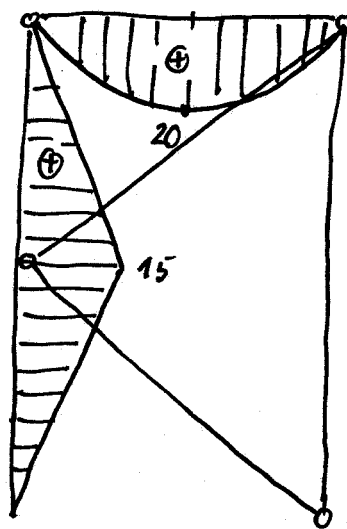
$M_{ny}(2) = 20 \text{ kNm}$



d.) DIAGRAMI



$[M_y]$

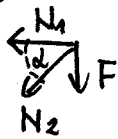


# STATIKA - VSS

## 3. NALOGA

a.)  $n_{ps} = 7 - 3 \cdot 2 - 1 = 0$

b.) vozl 1



$$N_1 + N_2 \cdot \cos d = 0$$

$$N_2 \cdot \sin d = -F$$

$$\tan d = \frac{3}{4}$$

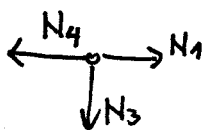
$$\sin d = \frac{3}{5}$$

$$\cos d = \frac{4}{5}$$

$$N_2 = -\frac{5}{3} F = -\frac{50}{3} \text{ kN} = -16.7 \text{ kN}$$

$$N_1 = +\frac{50}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{40}{3} \text{ kN} = 13.3 \text{ kN}$$

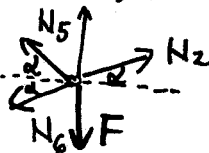
c.) vozl 3



$$N_4 = N_1$$

$$N_3 = 0$$

d.) vozl 2



$$N_5 \cdot \sin d + N_2 \cdot \sin d - N_6 \cdot \sin d - F = 0$$

$$N_5 \cdot \cos d + N_6 \cdot \cos d - N_2 \cdot \cos d = 0$$

$$N_5 + N_6 = N_2$$

$$N_5 - N_6 = \frac{F}{\sin d} - N_2$$

$$N_5 = \frac{F}{3 \cdot 2}$$

$$N_5 = \frac{50}{6} \text{ kN}$$

$$N_6 = -\frac{150}{6} \text{ kN}$$

e.) vozl 4



$$N_4 + N_6 \cdot \sin d = 0$$

$$N_4 = -N_6 \cdot \sin d =$$

$$= \frac{150}{6} \cdot \frac{3}{5} = 15 \text{ kN}$$

$$N_5 = 8.3 \text{ kN}$$

$$N_6 = -25 \text{ kN}$$

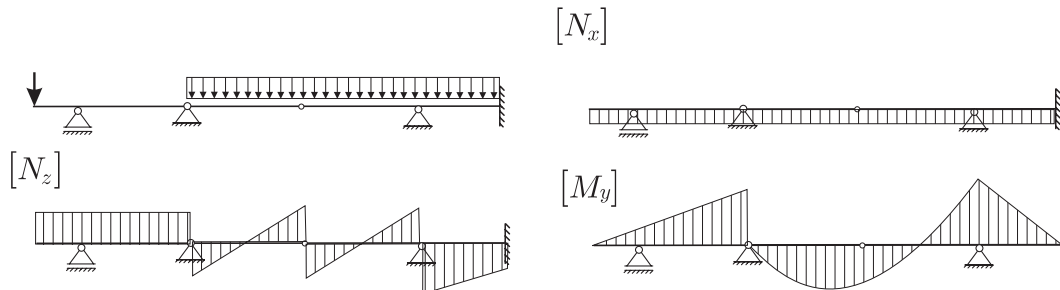
$$A_x = 20 \text{ kN} \quad B_x = -20 \text{ kN}$$

$$B_z = 20 \text{ kN}$$

# STATIKA (VSŠ) - 1. IZREDNI IZPITNI ROK (13. 03. 2007)

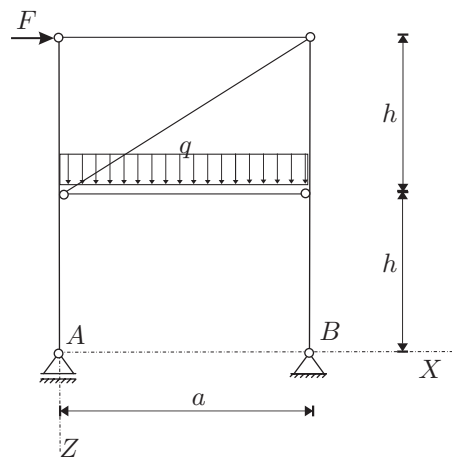
## RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Janezek je na izpitu iz statike padel. Njegovi diagrami so polni napak. Pomagaj Janezku in poišči (BREZ RAČUNANJA) vse napake v spodnjih diagramih ! (OBVEZNA NALOGA! 25%)



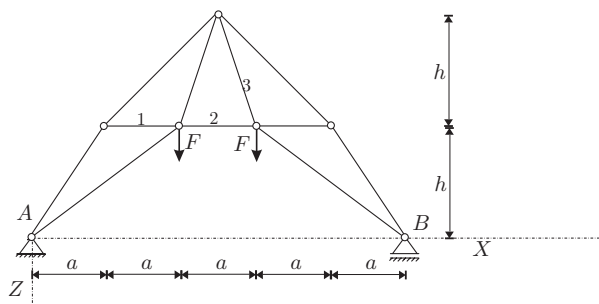
2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x$ ,  $N_z$ ,  $M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami! (OBVEZNA NALOGA! 50%)

Podatki:  $a = 4\text{ m}$ ,  $h = 2.5\text{ m}$ ,  
 $q = 4\text{ kN/m}$ ,  $F = 10\text{ kN}$ .

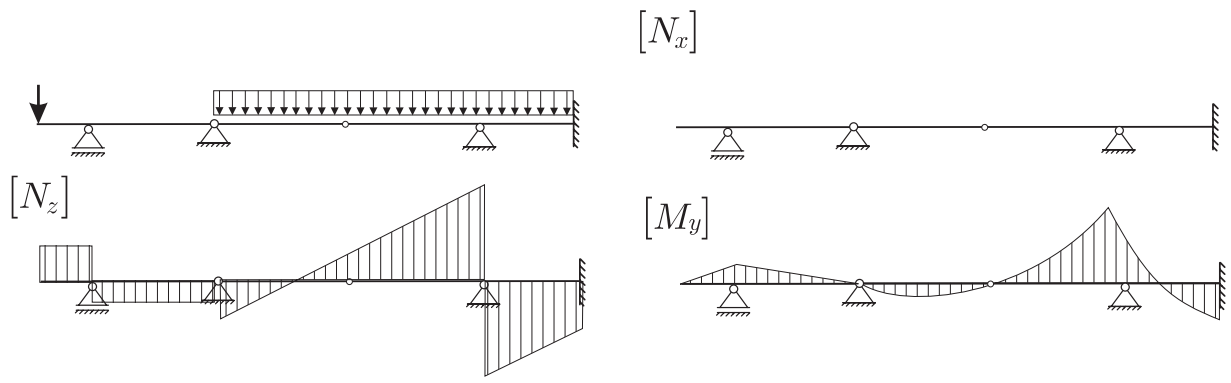


3. Za palično konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti in osne sile v vseh palicah! (25%)

Podatki:  $a = 2\text{ m}$ ,  $h = 1.5\text{ m}$ ,  $F = 10\text{ kN}$ .



1. Naloga: PRAVILNI DIAGRAMI

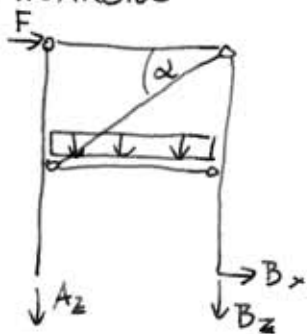




2. NALOGA

a.)  $\tilde{m}_{PS} = 3 \cdot 5 - 1 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 4 = 0$

b.) REAKCIJE



$\Sigma X: B_x + F = 0$   $B_x = -10 \text{ kN}$

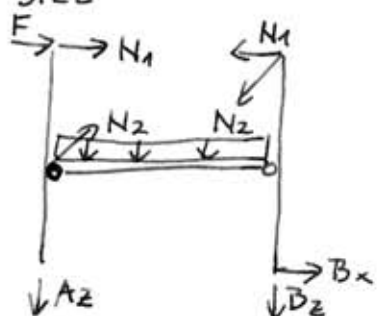
$\Sigma Z: A_z + B_z + q \cdot a = 0$

$\Sigma M^B: A_z \cdot a + q \cdot a \cdot \frac{a}{2} - F \cdot 2a = 0$

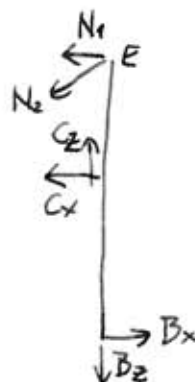
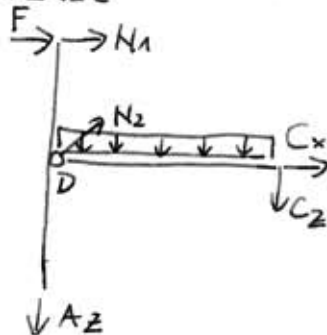
$A_z = 4.5 \text{ kN}$

$B_z = -20.5 \text{ kN}$

c.) SILE V PALICAH



IN RAZREZ



$\Sigma M^D_{CD}: -C_z \cdot a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$

$C_z = -q \cdot \frac{a}{2}$

$C_z = -8 \text{ kN}$

$\Sigma M^E_{BE}: B_x \cdot h \cdot 2 - C_x \cdot h = 0$

$C_x = -20 \text{ kN}$

$\Sigma Z_{BE}: N_2 \cdot \sin \alpha - C_z + B_z = 0$

$\text{tg } \alpha = \frac{h}{a} = \frac{2.5}{4}$

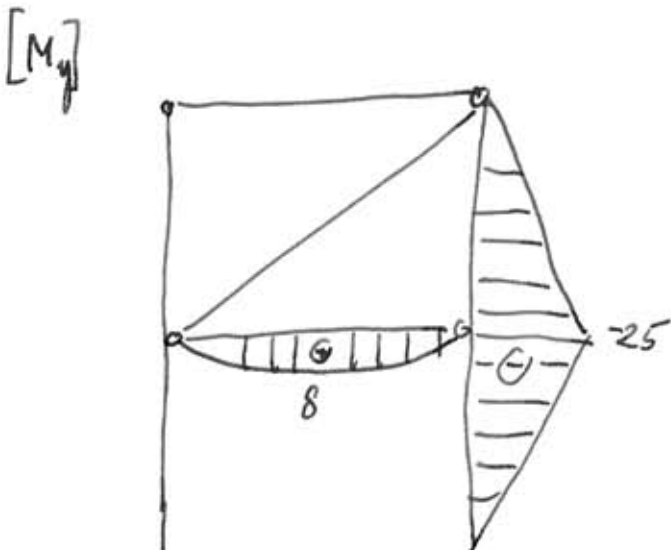
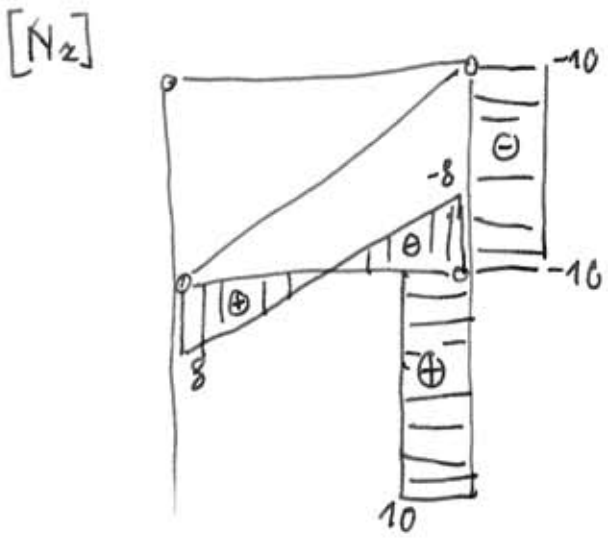
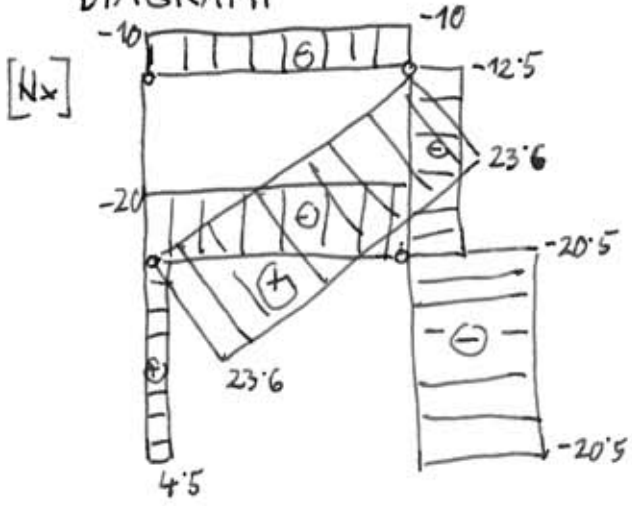
$\alpha = 32^\circ$

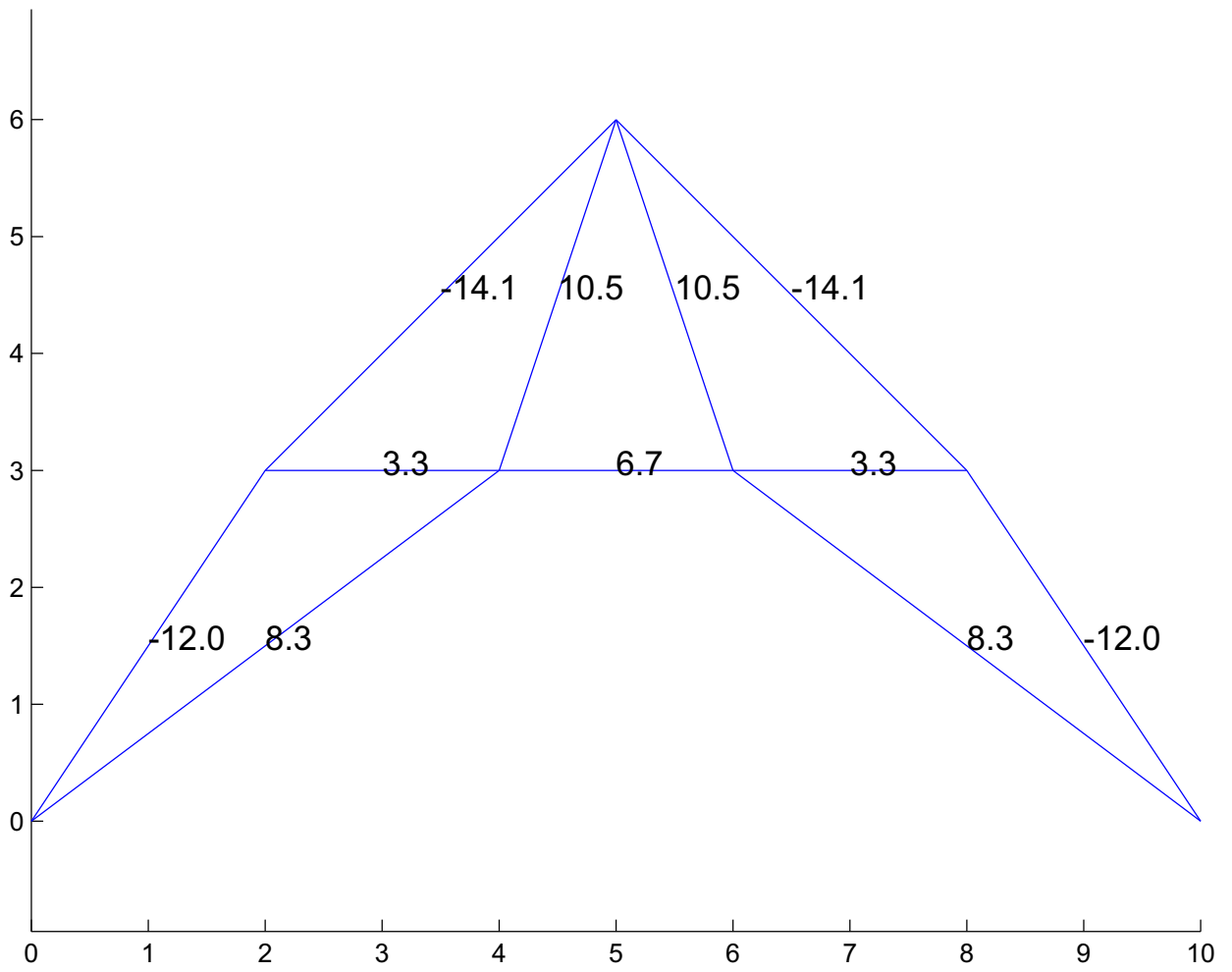
$N_2 = 24 \text{ kN}$

$\Sigma X_{BE}: N_1 + N_2 \cdot \cos \alpha + C_x - B_x = 0$

$N_1 = -10 \text{ kN}$

# DIAGRAMMI

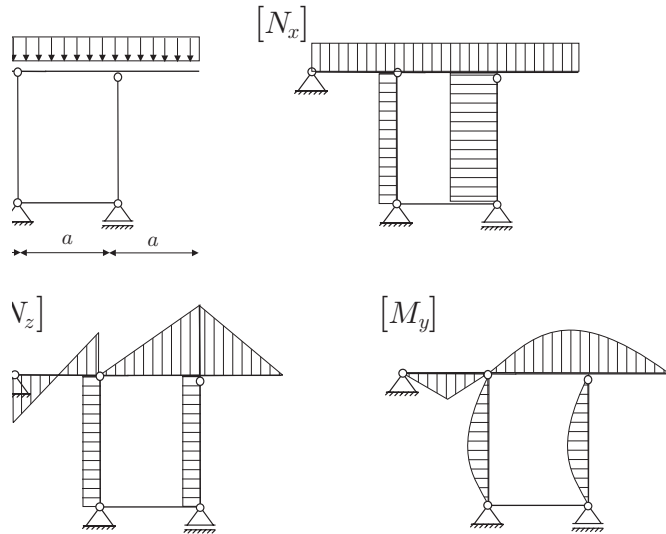




# STATIKA (VŠŠ) - 1. IZPITNI ROK (11. 06. 2007)

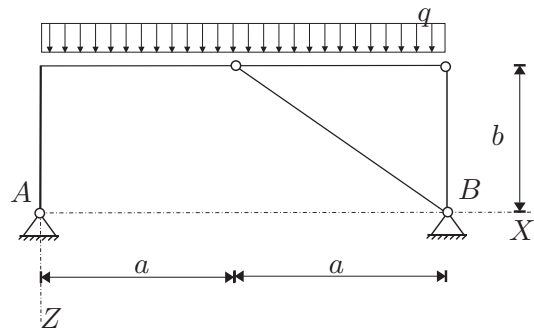
## RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Janezek je na izpitu iz statike padel. Njegovi diagrami so polni napak. Pomagaj Janezku in poišči (BREZ RAČUNANJA) vse napake v spodnjih diagramih! (OBVEZNA NALOGA! 25%)



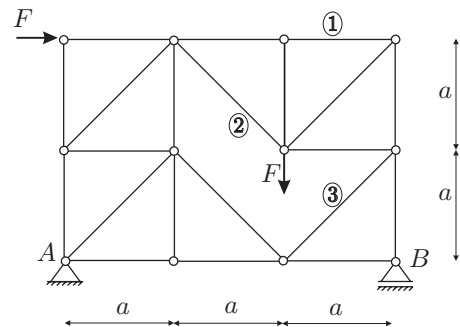
2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x$ ,  $N_z$ ,  $M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami! (OBVEZNA NALOGA! 50%)

Podatki:  $a = 4$  m,  $b = 3$  m,  
 $q = 10$  kN/m.



3. Za palično konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti in osne sile v palicah 1, 2 in 3! (25%)

Podatki:  $a = 2$  m,  $F = 10$  kN.

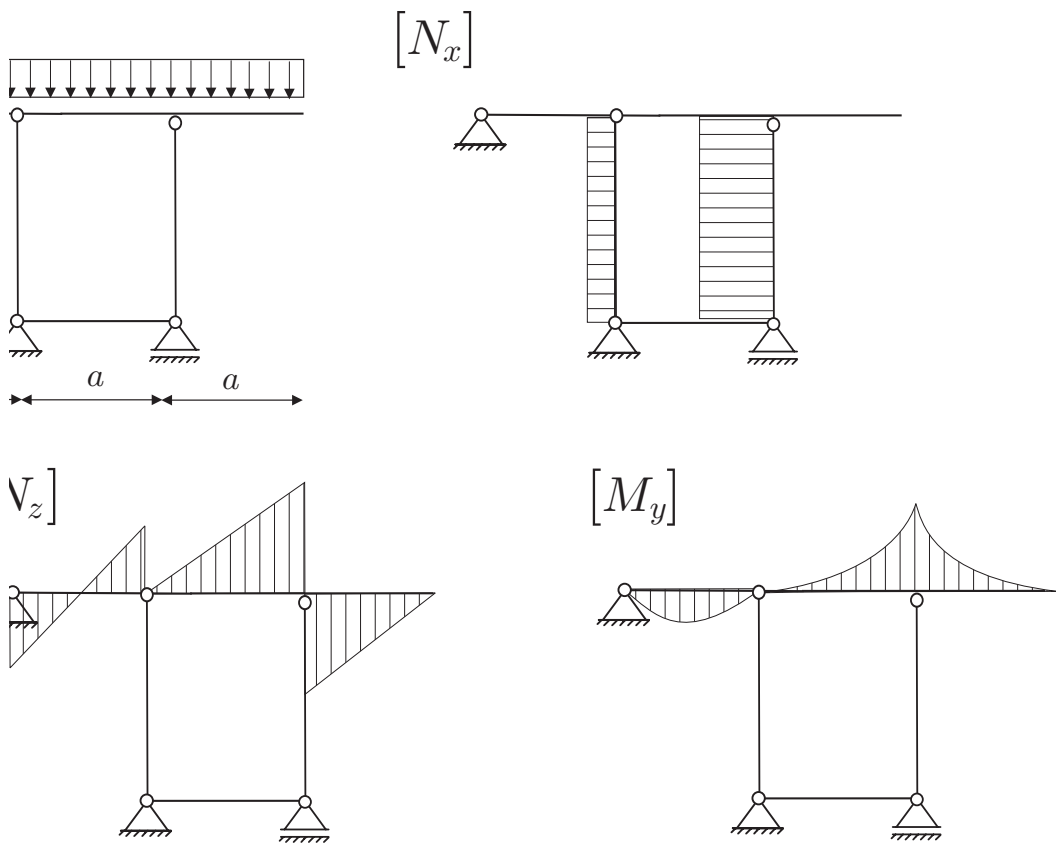


## TEORETIČNI DEL IZPITA:

Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanji jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Izpeljite in opišite obe obliki nadomestnih ravnotežnih pogojev (rezultate ilustrirajte na enostransko previsnem prostoležečem nosilcu s točkovnima silama in točkivnim momentom na robu previsa)!
2. Izpeljite in opišite izraz za število odvzetih prostostnih stopenj, ki jih vez odvzame k nepovezanim telesom! Obravnavaj tudi primer, ko imajo vsa telesa na mestu vezi enake nekatere kinematične količine, preostale količine pa so možne za vsa telesa!
3. Opišite določanje reakcij in notranjih sil statično določenih linijskih konstrukcij z izrekom o virtualnih pomikih! Razumevanje ilustrirajte na obojestransko previsnem prostoležečem nosilcu s prečno točkovno silo na sredini razpona! Izračunajte vse reakcije ter notranje sile na četrtini razpona!

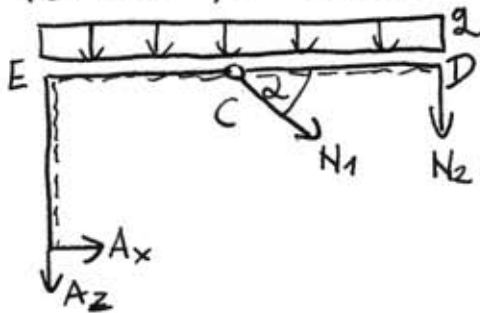
1. Naloga: PRAVILNI DIAGRAMI



2. NALOGA

a.)  $\hat{m}_{PS} = 4 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 4 = 0$

b.) REAKCIJE IN PALICE



$\sum X: A_x + N_1 \cdot \cos \alpha = 0$

$\sum Z: A_z + N_1 \cdot \sin \alpha + N_2 + q \cdot 2a = 0$

$\sum M^A: -q \cdot 2a \cdot a - N_2 \cdot 2a - N_1 \cdot \sin \alpha \cdot a - N_1 \cdot \cos \alpha \cdot b = 0$

$\sum M^C: -N_2 \cdot a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$

$N_2 = -\frac{q \cdot a}{2}$

$N_2 = -20 \text{ kN}$

$e = \sqrt{a^2 + b^2} = 5 \text{ m}$

$\sin \alpha = \frac{3}{5}$

$\cos \alpha = \frac{4}{5}$

$N_1 (a \sin \alpha + b \cos \alpha) = -q \cdot 2a^2 - N_2 \cdot 2a$

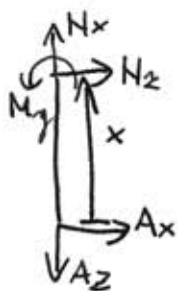
$N_1 = -\frac{10 \cdot 2 \cdot 16 - 20 \cdot 2 \cdot 4}{4 \cdot \frac{3}{5} + 3 \cdot \frac{4}{5}} = -\frac{20 \cdot 16 - 10 \cdot 16}{2 \cdot \frac{12}{5}}$   
 $= -\frac{10 \cdot 16 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4}{2 \cdot 12 \cdot 3} = -\frac{100}{3} = -33.3 \text{ kN}$

$A_x = +\frac{100}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{80}{3} = 26.67 \text{ kN}$

$A_z = \frac{100}{3} \cdot \frac{3}{5} + 20 - 10 \cdot 2 \cdot 4 = -40 \text{ kN}$

c.) NOTRANJE SILE

polje AE  $x \in [0, 3]$



$N_x = -A_z$

$N_x = -40 \text{ kN}$

$N_z = -A_x$

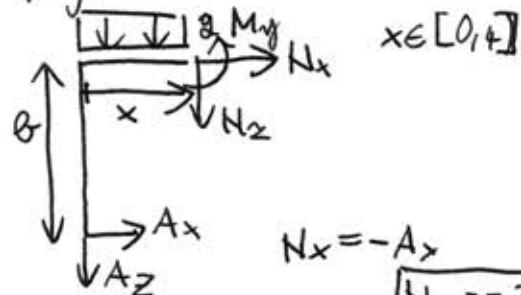
$N_z = -26.7 \text{ kN}$

$M_y = -A_x \cdot x$

$M_y = -\frac{80}{3} x$

$M_y(0) = 0$   $M_y(3) = -80 \text{ kNm}$

polje EC



$N_x = -A_x$

$N_x = -26.7 \text{ kN}$

$N_z = -A_z - q \cdot x$

$N_z = 40 - 10x$

$N_z(0) = 40 \text{ kN}$   $N_z(4) = 0$

$M_y = -A_x \cdot b - A_z \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2}$

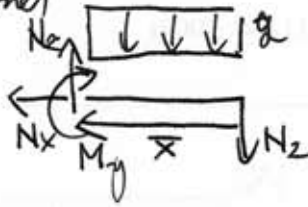
$M_y = -80 + 40x - 5x^2$

$M_y(0) = -80 \text{ kNm}$

$M_y(4) = 0$  (elastren!)

polje CD (z desne)

$$\bar{x} \in [0, 4]$$



$$N_x = 0$$

$$N_z = N_2 + g \bar{x}$$

$$N_z = -20 + 10 \bar{x}$$

$$N_z(0) = -20 \text{ kN} \quad N_z(4) = 20 \text{ kN}$$

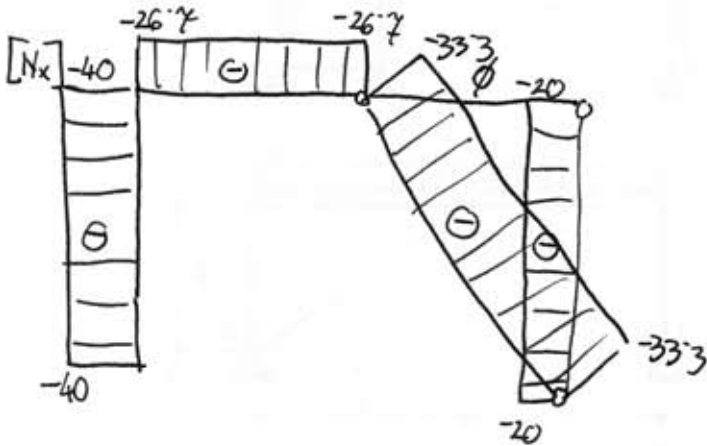
$$M_y = -N_2 \cdot \bar{x} - g \bar{x} \frac{\bar{x}}{2}$$

$$M_y = +20 \bar{x} - 5 \bar{x}^2$$

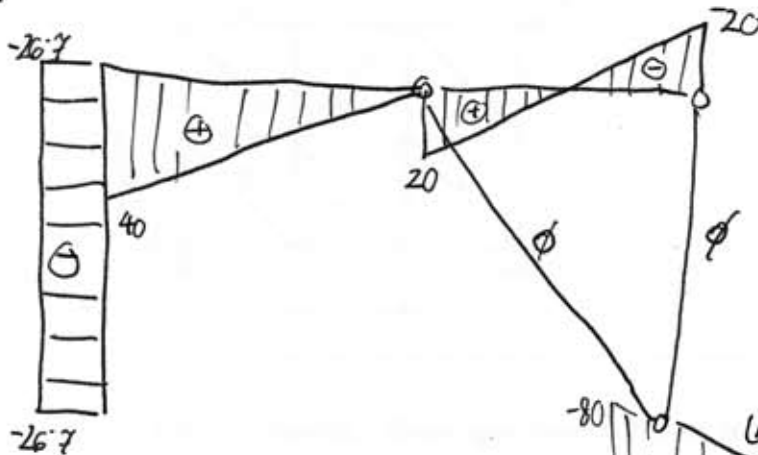
$$M_y(0) = 0 \quad M_y(4) = 0$$

$$M_y(2) = 20 \text{ kNm (ekstrem)}$$

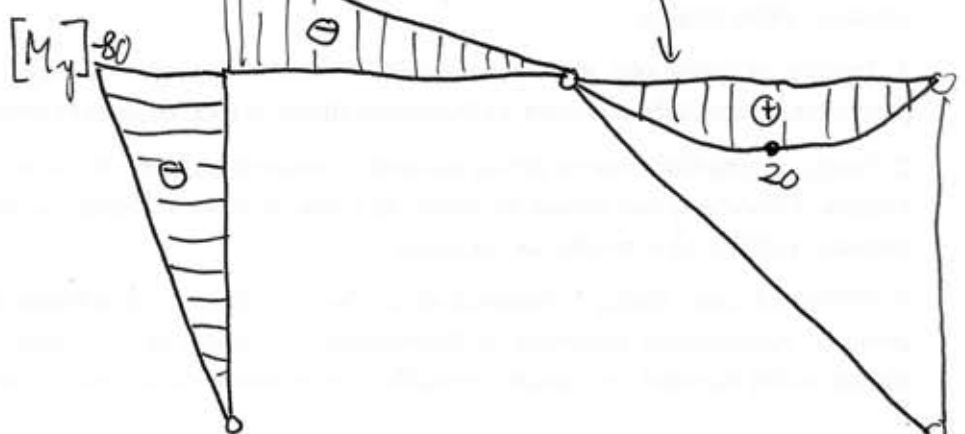
d.) DIAGRAMI



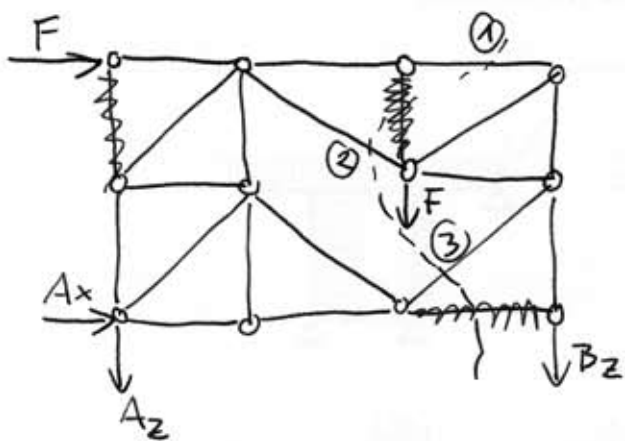
[N<sub>z</sub>]



[M<sub>y</sub>]



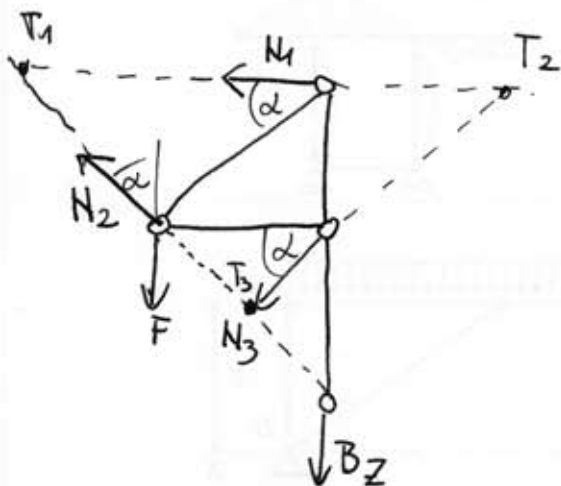
3. NALOGA



$$\sum Z: A_z + B_z + F = 0$$

$$\sum M^A: -B_z \cdot 3a - F \cdot 2a - F \cdot 2a = 0$$

$$\boxed{B_z = -\frac{4}{3}F}$$



$$\alpha = 45^\circ$$

$$\sum M^{T_1}: -N_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2a - N_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a - F \cdot a - B_z \cdot 2a = 0$$

$$N_3 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = -F + \frac{8}{3}F$$

$$\boxed{N_3 = \frac{5}{9}F\sqrt{2}}$$

$$\sum M^{T_2}: F \cdot 2a + B_z \cdot a - N_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a - N_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2a = 0$$

$$N_2 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{2}{3}F$$

$$\boxed{N_2 = \frac{2}{9}F\sqrt{2}}$$

$$\sum M^{T_3}: \frac{1}{2}F \cdot a - B_z \cdot a + N_1 \cdot \frac{3}{2}a = 0$$

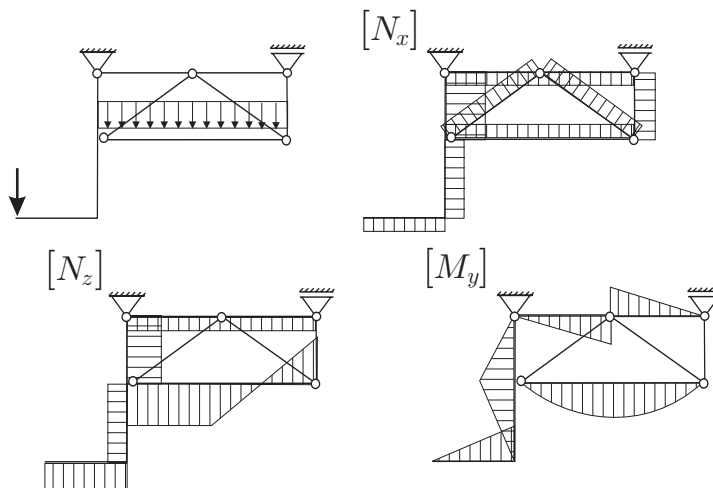
$$\boxed{N_1 = -\frac{4}{9}F}$$

$N_1 = -7.78 \text{ kN}$
$N_2 = 3.14 \text{ kN}$
$N_3 = 7.86 \text{ kN}$



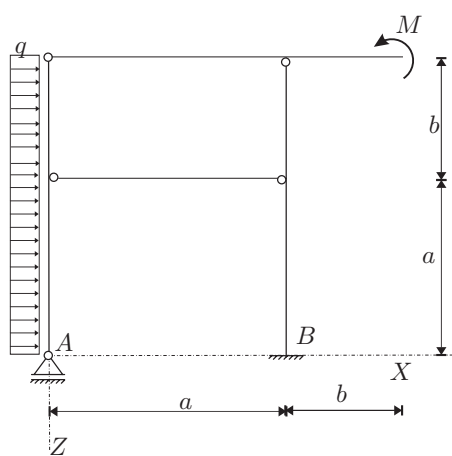
RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Janezek je na izpitu iz statike padel. Njegovi diagrami so polni napak. Pomagaj Janezku in poišči (BREZ RAČUNANJA) vse napake v spodnjih diagramih! (OBVEZNA NALOGA! 25%)



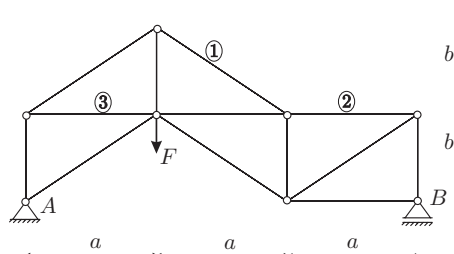
2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x, N_z, M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami! (OBVEZNA NALOGA! 50%)

Podatki:  $a = 3\text{ m}, b = 2\text{ m},$   
 $q = 5\text{ kN/m}, M = 10\text{ kNm}.$



3. Za palično konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti in osne sile v palicah 1, 2 in 3! (25%)

Podatki:  $a = 3\text{ m}, b = 2\text{ m},$   
 $F = 8\text{ kN}.$

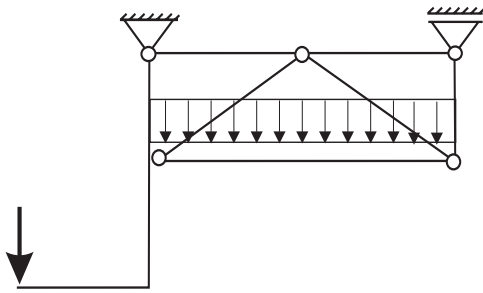


TEORETIČNI DEL IZPITA:

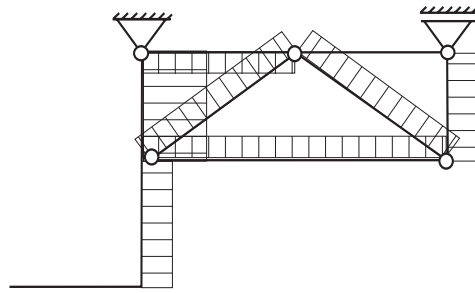
Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanja jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Vzporedna prestavitev sile! Kako lahko nadomestimo silo in moment, ki sta med seboj pravokotna? Odgovor utemeljite! Odgovora ilustrirajte za ravninski primer!
2. Pojasnite razliko med računskim in dejanskim številom prostostnih stopenj sistema togih teles! (odgovor ilustrirajte s primeri!). V nadaljevanju pojasnite kaj je statično določen, nedoločen in predoločen sistem togih teles!
3. Opišite splošni in posebni postopek za določanje reakcij in sil v vezeh statično določenih linijskih konstrukcij! Opišite vse prednosti in slabosti obeh postopkov! Odgovor ilustrirajte z značilnimi primeri!

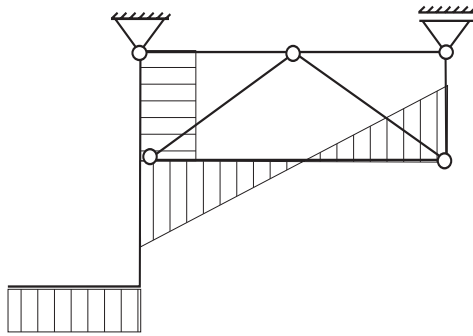
1. Naloga: PRAVILNI DIAGRAMI



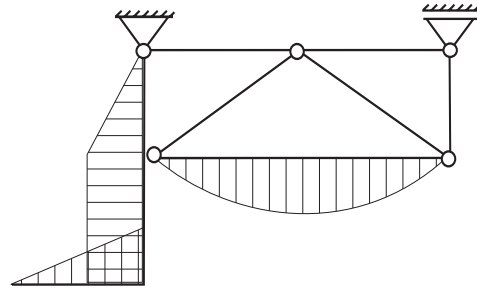
$[N_x]$



$[N_z]$



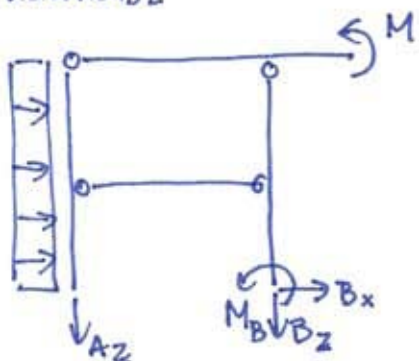
$[M_y]$



2. NALOGA

a.)  $\tilde{m}_{PB} = 4 \cdot 3 - 4 \cdot 2 - 3 - 1 = 0$

b.) REAKCIJE

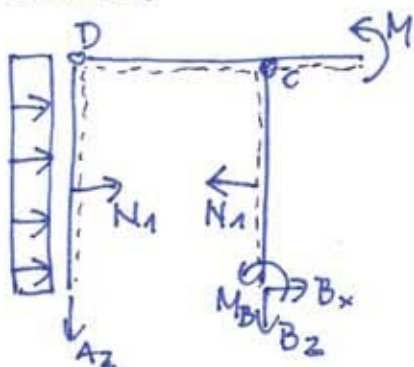


$\sum X \quad B_x = -q(a+b) \quad \boxed{B_x = -25 \text{ kN}}$

$\sum Z: A_z + B_z = 0$

$\sum M^A: M_B - B_z \cdot a + M - q \cdot (a+b) \frac{a+b}{2} = 0$

c.) RAZREZ



$\sum M_{AD}^D \quad N_1 \cdot b + q(a+b) \left( \frac{a+b}{2} \right) = 0$   
 $N_1 = - \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2} = - \frac{125}{4}$   
 $\boxed{N_1 = -31.25 \text{ kN}}$

$\sum M_{BC}^C \quad -N_1 \cdot b + B_x(a+b) + M_D = 0$   
 $M_B = - \frac{125}{4} \cdot 2 + 25 \cdot 5$   
 $\boxed{M_B = \frac{125}{2} = 62.5 \text{ kN}}$

$B_z = \frac{1}{3} \left( \frac{125}{2} + 10 - 5 \cdot 5 \cdot \frac{5}{2} \right)$

$\boxed{B_z = \frac{10}{3} = 3.3 \text{ kN}}$

$\boxed{A_z = -3.3 \text{ kN}}$

d.) NOTRANJE SILE PO POLJIH

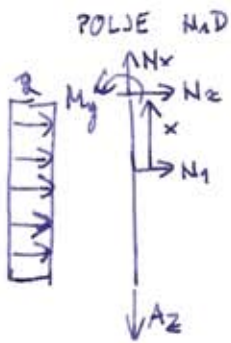
POLJE  $AH_1 \quad x \in [0, a]$



$N_x = A_z \quad \boxed{N_x = -3.3 \text{ kN}}$

$\boxed{N_z = -qx} \quad N_z(0) = 0$   
 $N_z(3) = -15 \text{ kN}$

$\boxed{M_y = -q \frac{x^2}{2}} \quad M_y(0) = 0$   
 $M_y(3) = -22.5 \text{ kNm}$



$$x \in [0, 2]$$

$$N_x = -3.3 \text{ kN}$$

$$N_z = -H_1 - q \cdot a - q \cdot x$$

$$N_z = 16.25 - 5x$$

$$N_z(0) = 16.25 \text{ kN} \quad N_z(2) = 6.25 \text{ kN}$$

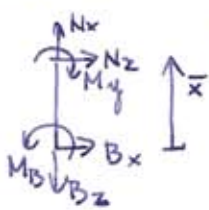
$$M_y = -H_1 \cdot x - q \cdot \frac{(a+x)^2}{2}$$

$$M_y = -22.5 + 16.25x - \frac{5}{2}x^2$$

$$M_y(0) = -22.5 \text{ kNm}$$

$$M_y(2) = 0$$

POLJE BH1 (z desne)



$$\bar{x} \in [0, 3]$$

$$N_x = B_z$$

$$N_x = 3.3 \text{ kN}$$

$$N_z = -B_x$$

$$N_z = 25 \text{ kN}$$

$$M_y = M_B + B_x \bar{x}$$

$$M_y = 62.5 - 25\bar{x}$$

$$M_y(3) = -12.5 \text{ kNm}$$

POLJE N1C (z desne)



$$\bar{x} \in [0, 2]$$

$$N_x = B_z$$

$$N_x = 3.3 \text{ kN}$$

$$N_z = N_1 - B_x$$

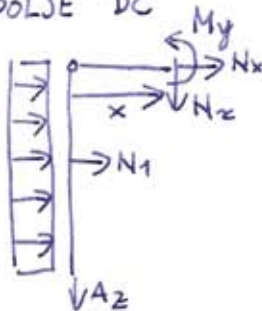
$$N_z = -6.25 \text{ kN}$$

$$M_y = M_B + B_x(a + \bar{x}) - N_1 \bar{x}$$

$$M_y = -12.5 + 6.25\bar{x}$$

$$M_y(2) = 0 \checkmark$$

POLJE DC



$$N_x + N_1 + q(a + b) = 0$$

$$N_x = 6.25 \text{ kN}$$

$$N_z + A_z = 0$$

$$N_z = +3.3 \text{ kN}$$

$$M_y + A_z \cdot x + N_1 \cdot b + q \cdot \frac{(a+b)^2}{2} = 0$$

$$M_y = +\frac{10}{3}x$$

$$M_y(3) = 10 \text{ kNm}$$

POLJE MC (z desne)



$$N_x = 0$$

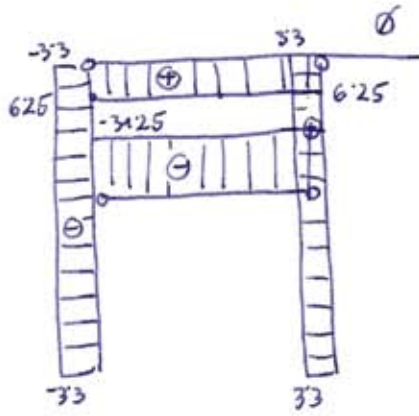
$$N_z = 0$$

$$M_y = M$$

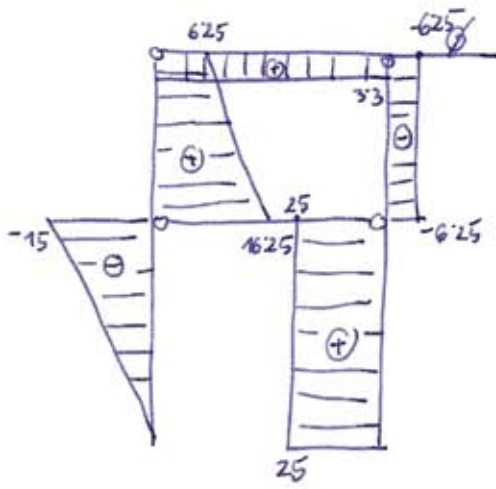
$$M_y = 10 \text{ kNm}$$

e.) DIAGRAMI

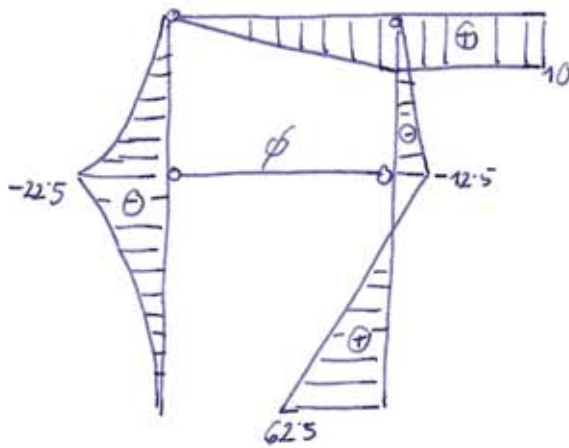
[ $N_x$ ]



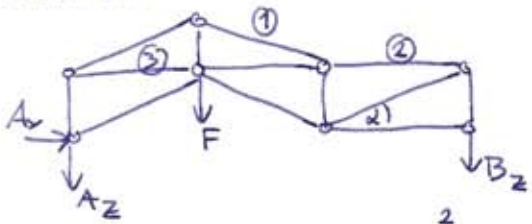
[ $N_z$ ]



[ $M_y$ ]



3. NALOGA



$$\sum X: A_x = 0$$

$$\sum Z: A_z + B_z + F = 0$$

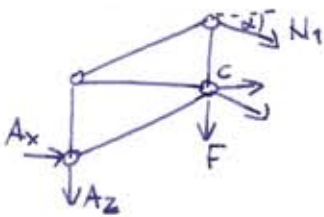
$$\sum M^A: -F \cdot a - B_z \cdot 3a = 0$$

$$\boxed{A_z = -\frac{2F}{3}}$$

$$\boxed{B_z = -\frac{F}{3}}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} \quad \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}} \quad \tan \alpha = \frac{2}{3}$$

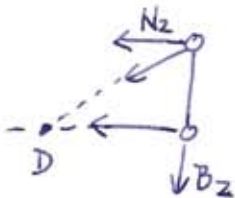
rez prekos ①



$$\sum M^C: -N_1 \cdot \cos \alpha \cdot b + A_x \cdot b + A_z \cdot a = 0$$

$$\boxed{N_1 = -\frac{2F \cdot b}{3 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{\sqrt{13}}{3} = -9.61 \text{ kN}}$$

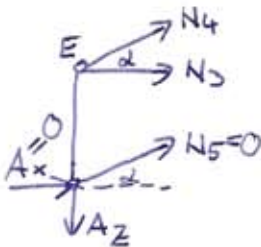
rez prekos ②



$$\sum M^D: -B_z \cdot a + N_2 \cdot b = 0$$

$$\boxed{N_2 = -\frac{F \cdot 3}{3 \cdot 2} = -4 \text{ kN}}$$

rez prekos ③



$$\sum M^E: N_5 \cdot \cos \alpha \cdot b + A_x \cdot b = 0$$

$$N_5 = -\frac{A_x}{\cos \alpha} = 0$$

$$\sum Z: -A_z + N_4 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$N_4 = \frac{A_z}{\sin \alpha}$$

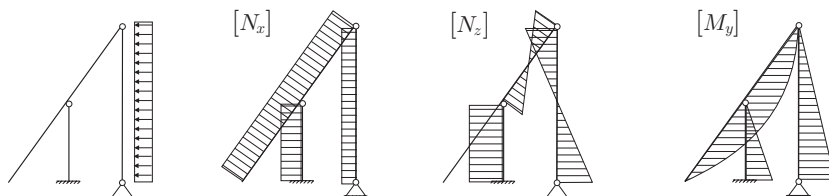
$$\sum X: A_x + N_3 + N_4 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$N_3 = -\frac{A_z}{\tan \alpha}$$

$$\boxed{N_3 = 8 \text{ kN}}$$

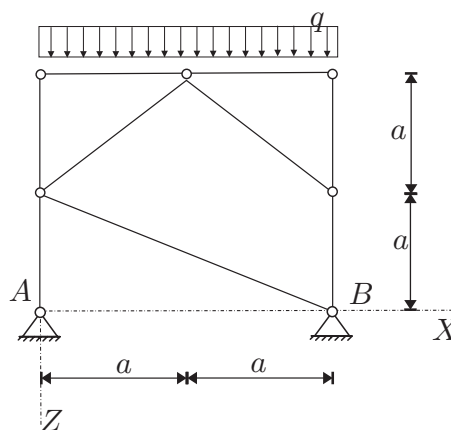
RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Janezek je na izpitu iz statike padel. Njegovi diagrami so polni napak. Pomagaj Janezku in poišči (BREZ RAČUNANJA) vse napake v spodnjih diagramih! Namig: Kakšne so notranje sile v neobremenjenem delu konstrukcije? (OBVEZNA NALOGA! 25%)



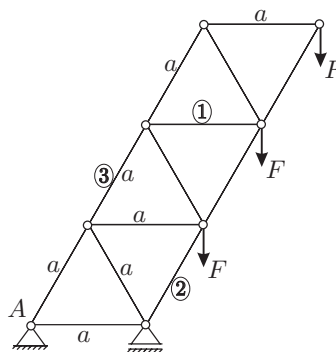
2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x, N_z, M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami! (OBVEZNA NALOGA! 50%)

Podatki:  $a = 2.5$  m,  $q = 4$  kN/m.



3. Za palično konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti in osne sile v palicah 1, 2 in 3! (25%)

Podatki:  $a = 2$  m,  $F = 5\sqrt{3}$  kN.



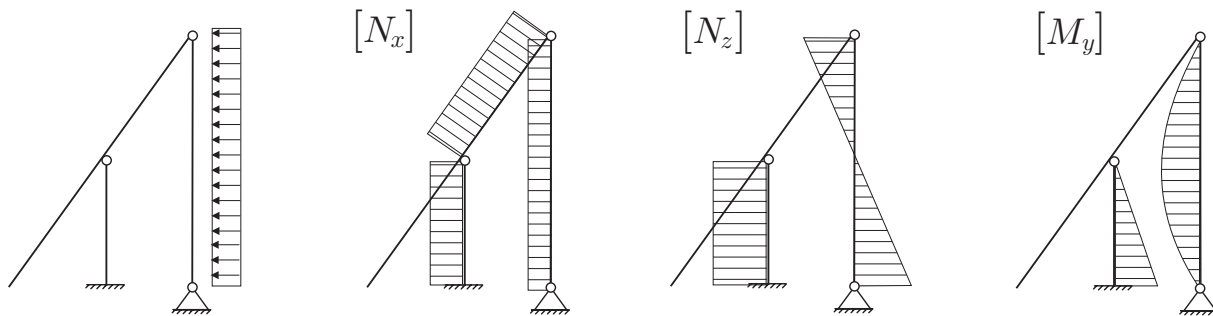
TEORETIČNI DEL IZPITA:

Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanja jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Definicija števila prostostnih stopenj! Koliko prostostnih stopenj ima delec, ki se giblje v prostoru, in koliko delec, ki se giblje po krogli? Koliko prostostnih stopenj ima togo telo (odgovor utemelji)?
2. Izpelji in opiši obe obliki nadomestnih ravnotežnih pogojev! Z njimi izračunaj reakcije ravninskega previsnega prostoležečega nosilca s točkovno silo na prostem robu!
3. Definicija virtualnega pomika! Razumevanje utemelji tudi s preprostima primeroma gibanja delca po krožnici in po premici!



1. Naloga: PRAVILNI DIAGRAMI

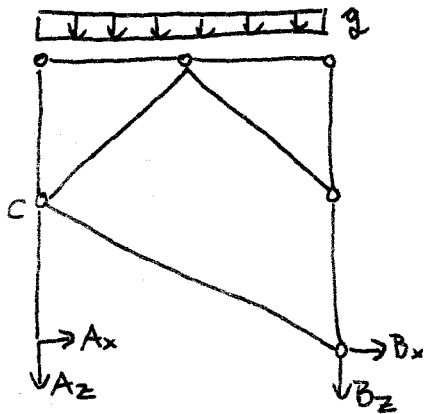




2. NALOGA

a.)  $\tilde{m}_{ps} = 8 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 3 \cdot 2 - 2 \cdot 4 - 6 = 0$

b.) REAKCIJE



$\Sigma x: A_x + B_x = 0$

$\Sigma z: A_z + B_z + q \cdot 2a = 0$

$\Sigma M^A: -q \cdot 2a \cdot a - B_z \cdot 2a = 0$

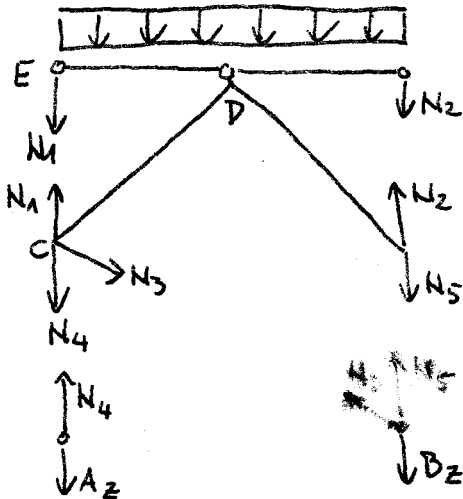
$A_z = -10 \text{ kN}$
$B_z = -10 \text{ kN}$

DODATNA

$\Sigma M_C^{AC}: A_x \cdot a = 0$

$A_x = 0$
$B_x = 0$

c.) PALICE



$N_4 = A_z$

$N_4 = -10 \text{ kN}$

$N_5 = B_z = -10 \text{ kN}$

$N_3 = 0$

$N_1 \cdot a + q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$

$N_1 = -5 \text{ kN}$

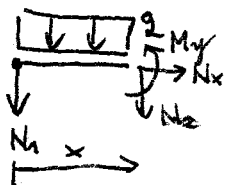
$-N_2 \cdot a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$

$N_2 = -5 \text{ kN}$

d.) NOTRANJE SILE (ZARADI SIMETRIJE LE ZA POLOVICO)

POLJE ED

$x \in [0, 2.5]$



$\Sigma x: N_x = 0$

$\Sigma z: N_z = -q \cdot x - N_1 \quad N_z(0) = 5 \text{ kN} \quad N_z(2.5) = -5 \text{ kN}$

$\Sigma M_T: M_y = -q \frac{x^2}{2} - N_1 \cdot x \quad M_y(0) = M_y(2.5) = 0$

$M_y(1.25) = 3.125 \text{ (ekstrem)}$

POLJE CD

$\Sigma x: N_x - N_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$\Sigma z: N_z + N_4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

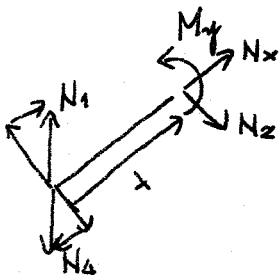
$\Sigma M_T: M_y + (N_4 - N_1) \cdot x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$N_x = -3.5 \text{ kN}$

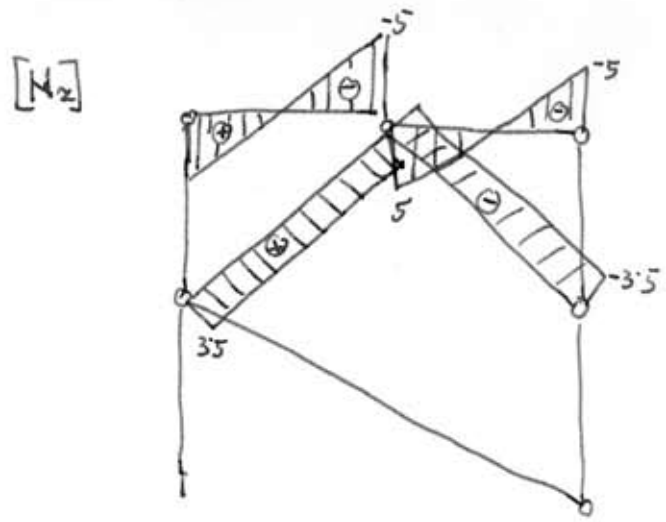
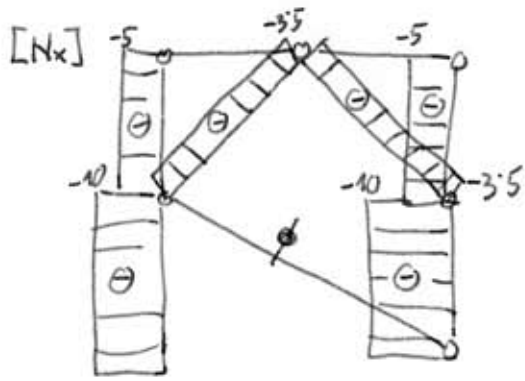
$N_z = 3.5 \text{ kN}$

$M_y = 3.5 \cdot x$

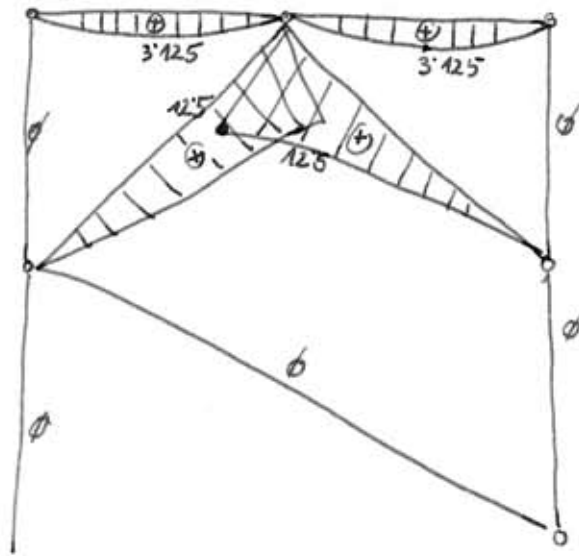
$M_y(2.5 \cdot \sqrt{2}) = 12.5 \text{ kNm}$



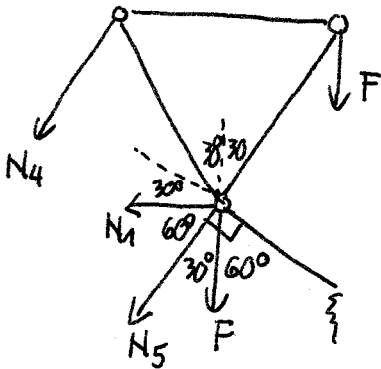
e.) DIAGRAM 1



$[M_y]$

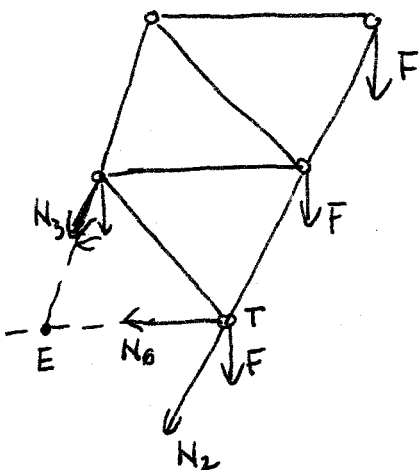


3. NALOGA



$$\sum \xi : -N_4 \cdot \cos 30^\circ + F \cdot \cos 60^\circ + F \cos 60^\circ = 0$$

$$N_4 = \frac{2F \cdot 1 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot 2 = 10 \text{ kN}$$



$$\sum M^T : N_3 \cdot \cos 30^\circ \cdot \frac{\alpha}{2} - F \cdot \frac{\alpha}{2} - F \alpha + N_2 \cdot \sin 30^\circ \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$N_3 \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{3}{2} F$$

$$N_3 = \frac{3 \cdot 5 \sqrt{3} \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = 15 \text{ kN}$$

$$\sum M^E : -N_2 \cdot \cos 30^\circ \cdot \alpha - F \alpha - F \cdot \frac{3\alpha}{2} - F \cdot 2\alpha = 0$$

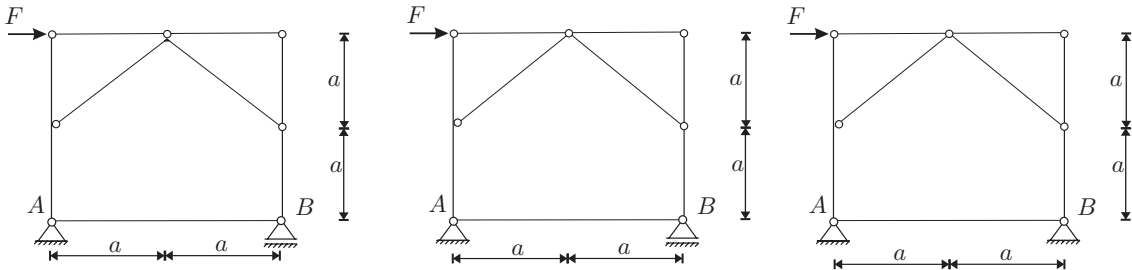
$$N_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{9}{2} F$$

$$N_2 = -45 \text{ kN}$$

# STATIKA (VŠŠ) - 4. IZPITNI ROK (20. 09. 2007)

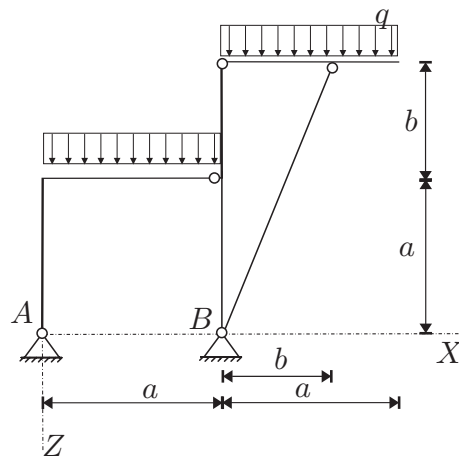
## RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Za konstrukcije na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, določite reakcije, če je to mogoče, in kontrolirajte reakcije! Če ni mogoče določiti reakcij, utemeljite zakaj. (OBVEZNA NALOGA! 25%)  
 Podatki:  $a = 2.5 \text{ m}$ ,  $F = 10 \text{ kN}$ .



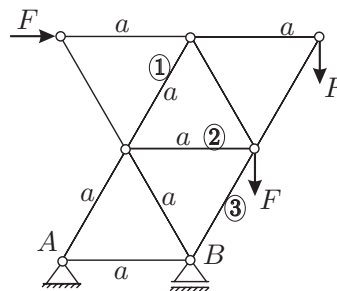
2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x$ ,  $N_z$ ,  $M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami! (OBVEZNA NALOGA! 50%)

Podatki:  $a = 3 \text{ m}$ ,  $b = 2 \text{ m}$ ,  
 $q = 6 \text{ kN/m}$ .



3. Za palično konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti in osne sile v palicah 1, 2 in 3! (25%)

Podatki:  $a = 2 \text{ m}$ ,  $F = 5\sqrt{3} \text{ kN}$ .



## TEORETIČNI DEL IZPITA:

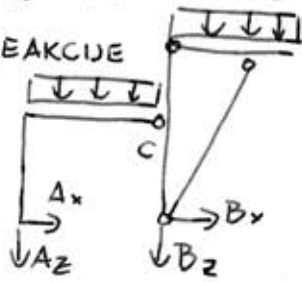
Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanja jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Rezultanta sil in rezultanta momentov. Dokaži, da smernica rezultante sil poteka skozi točko, na katero računamo rezultanto momentov! Kdaj sta dva sistema sil statično enakovredna?
2. Izpeljite ravnotežne pogoje za linijski element z ravno osjo!
3. Račun osnih sil v ravninskem paličju! (Opišite vse metode in jih ilustrirajte s primeri! Zapišite samo ustrezne ravnotežne enačbe, brez računa!)

3. NALOGA

a.)  $\tilde{m}_{ps} = 4 \cdot 3 - 4 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 0$

b.) REAKCIJE



$\Sigma X: A_x + B_x = 0$

$\Sigma Z: A_z + B_z + q \cdot 2a = 0$

$\Sigma M^A: -B_z \cdot x - q \cdot 2a \cdot a = 0$

$B_z = -36 \text{ kN} \quad A_z = 0$

dodatno:

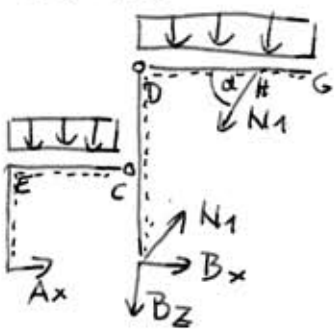
$\Sigma M^C_{AC}: A_x \cdot x + A_z \cdot a + q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$

$A_x = -q \cdot \frac{a}{2}$

$A_x = -9 \text{ kN}$

$B_x = 9 \text{ kN}$

c.) SILA V PALICI



$l_{palice} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$

$\text{tg } \alpha = \frac{a+b}{b}$

$\alpha = 68.2^\circ$

$\Sigma M^D: -N_1 \cdot \sin \alpha \cdot b - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$   
*zgoraj desno*

$N_1 = -14.5 \text{ kN}$

d. NOTRANJE SILE PO POLJIH

POLJE AE

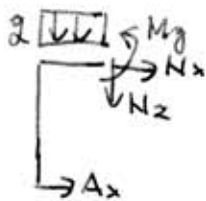


$N_x = 0$

$N_z = -A_x \quad N_z = 9 \text{ kN}$

$M_y = -A_x \cdot x \quad M_y = 9x \quad M_y(3) = 27 \text{ kNm}$

POLJE AC



$N_x = -A_x$

$N_x = 9 \text{ kN}$

$N_z = -q \cdot x$

$N_z = -6x$

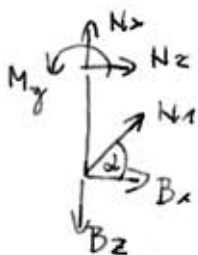
$N_z(3) = -18 \text{ kN}$

$M_y = -A_x \cdot a - q \cdot x \cdot \frac{x}{2}$

$M_y = 27 - 3x^2$

$M_y(3) = 0 \checkmark$  (členek)

POLJE BC



$N_x = B_z - N_1 \cdot \sin \alpha$

$N_x = -22.5 \text{ kN}$

$N_z = -B_x - N_1 \cdot \cos \alpha$

$N_z = -3.6 \text{ kN}$

$M_y = -B_x \cdot x - N_1 \cdot x \cdot \cos \alpha$

$M_y = -3.6x$

$M_y(3) = -10.8 \text{ kNm}$

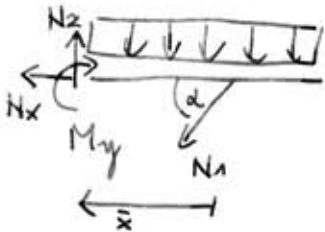
POLJE GH (z desne)



$N_x = 0$
$N_z = +g\bar{x}$
$M_y = -g \frac{\bar{x}^2}{2}$

$N_z(1) = +6 \text{ kN}$   
 $M_y(1) = -3 \text{ kNm}$

POLJE HD (z desne)



$N_x = -N_1 \cdot \cos \alpha$   
 $N_z = N_1 \cdot \sin \alpha + g\bar{x} + g \cdot 1$   
 $M_y = -N_1 \cdot \sin \alpha \cdot \bar{x} - g \frac{(\bar{x}+1)^2}{2}$

$N_x = 5.4 \text{ kN}$

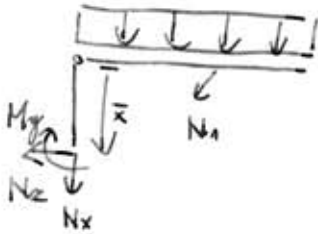
$N_z = -7.5 + 6\bar{x}$       $N_z(2) = 5.4$   
 $-7.5 + 6\bar{x} = 0$   
 $\bar{x} = \frac{7.5}{6}$

$M_y = +13.5\bar{x} - 3(\bar{x}^2 + 2\bar{x} + 1)$

$M_y = -3\bar{x}^2 + 7.5\bar{x} - 3$       $M_y(2) = 0$

$M_y(\frac{7.5}{6}) = 1.7 \text{ kNm}$   
 (ekstrem)

POLJE CD (z desne)



$N_x = -N_1 \sin \alpha - g \cdot a$   
 $N_z = -N_1 \cos \alpha$   
 $M_y = -g \cdot a \cdot \frac{a}{2} - N_1 \sin \alpha \cdot b + N_1 \cos \alpha \cdot \bar{x}$

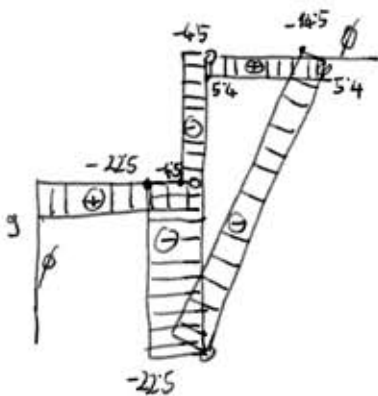
$N_x = -4.5 \text{ kN}$

$N_z = 5.4 \text{ kN}$

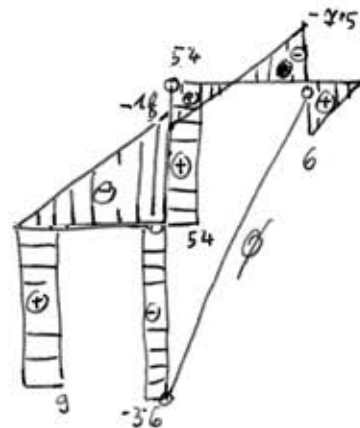
$M_y(2) = -10.8 \text{ kNm}$

e.) DIAGRAMI

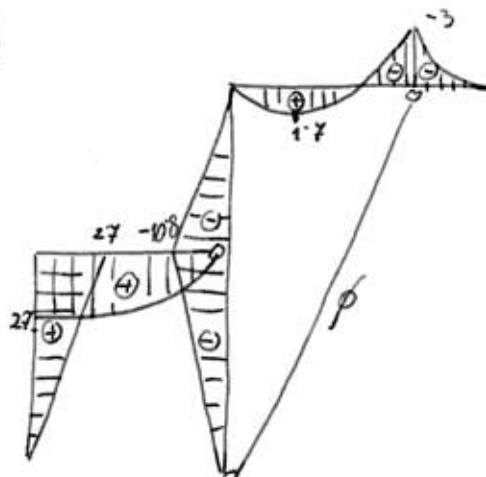
$[N_x]$



$[N_z]$



$[M_y]$

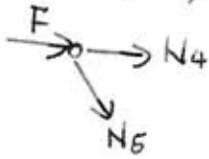


STATIKA - VSŠ

3. NALOGA

a.)  $\tilde{m}_{D_5} = 11 - 5 \cdot 2 - 1 = 0$

b.) vogal egoraj levo

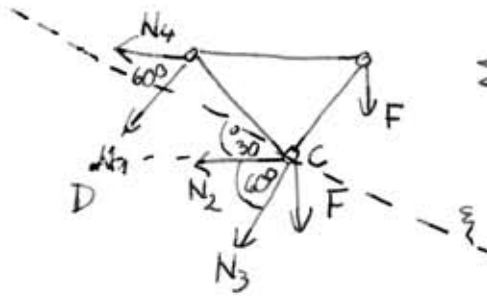


$N_5 = 0$

$N_4 = -F$

$N_4 = -5\sqrt{3} \text{ kN}$

c.) rez prek ①, ② in ③



$\sum M^C: N_4 \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - F \cdot \frac{x}{2} + N_1 \cdot \cos 60^\circ \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} + N_1 \cdot \sin 60^\circ \cdot \frac{x}{2} = 0$

$N_4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{F}{2} = -N_1 \left( \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$

$N_1 = - \left( \frac{-5 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$

$N_1 = +13.7 \text{ kN}$

$\sum M^D: -F \cdot \frac{3x}{2} - F \cdot x + N_4 \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - N_3 \cdot \sin 60^\circ \cdot x = 0$

$N_3 = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( -\frac{5F}{2} - \frac{F\sqrt{3}}{2} \right)$

$= -5 \cdot 5 - 5 \cdot \sqrt{3}$

$N_3 = -33.7 \text{ kN}$

$\sum \xi: N_2 \cdot \cos 30^\circ - F \sin 30^\circ \cdot 2 + N_4 \cdot \cos 30^\circ = 0$

$N_2 \cdot \cos 30^\circ = 2F \sin 30^\circ + F \cos 30^\circ$

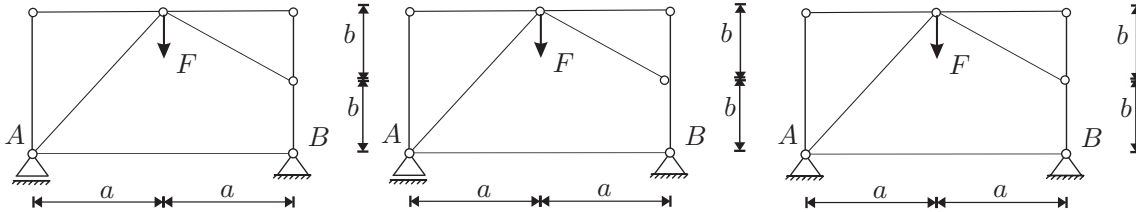
$N_2 = 18.7 \text{ kN}$

## STATIKA (VŠŠ) - 2. IZREDNI IZPITNI ROK (6. 12. 2007)

### RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Za konstrukcije na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, določite reakcije, če je to mogoče, in kontrolirajte reakcije! Če ni mogoče določiti reakcij, utemeljite zakaj. (OBVEZNA NALOGA! 25%)

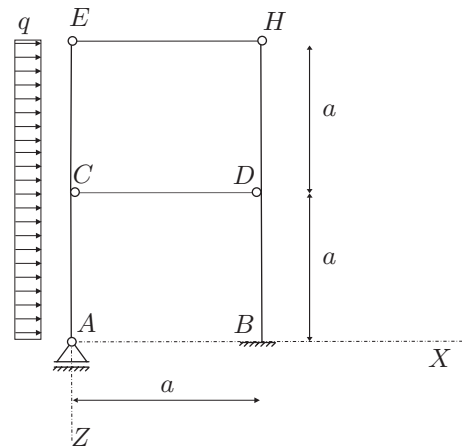
Podatki:  $a = 2.5\text{ m}$ ,  $b = 1.5\text{ m}$ ,  $F = 10\text{ kN}$ .



2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x$ ,  $N_z$ ,  $M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami! (OBVEZNA NALOGA! 50%)

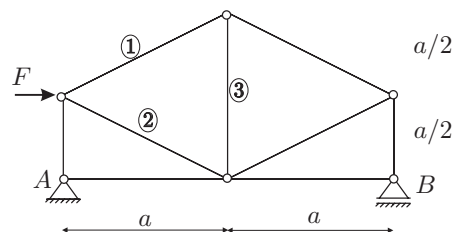
Podatki:  $a = 3\text{ m}$ ,

$q = 10\text{ kN/m}$ .



3. Za palično konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti in osne sile v palicah 1, 2 in 3! (25%)

Podatki:  $a = 3\text{ m}$ ,  $F = 10\text{ kN}$ .



### TEORETIČNI DEL IZPITA:

Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanja jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Izpeljite in opišite obe obliki nadomestnih ravnotežnih pogojev (rezultate ilustrirajte na prostoležečem nosilcu s točkovno silo na sredini razpona)!
2. Izpeljite in opišite izraz za število odvzetih prostostnih stopenj, ki jih vez odvzame k nepovezanim telesom! Obravnaj tudi primer, ko imajo vsa telesa na mestu vezi enake nekatere kinematične količine, preostale količine pa so možne za vsa telesa!
3. Opišite določanje reakcij in notranjih sil statično določenih linijskih konstrukcij z izrekom o virtualnih pomikih (ilustracija s primerom)!