

Statistika z elementi informatike
Osnove verjetnostnega računa in statistike

26.10.1999

1. Naloga: Študenti in izpiti

Vzemimo, da slučajna spremenljivka X predstavlja število poskusov študenta gradbeništva, da bi v šolskem letu 1998/99 naredil izpit Statistika. Podamo lahko porazdelitveno funkcijo te slučajne spremenljivke

$$F_X(x) = \begin{cases} 0.00 & \dots & x \leq 0, \\ 0.15 & \dots & 0 < x \leq 1, \\ 0.61 & \dots & 1 < x \leq 2, \\ 0.91 & \dots & 2 < x \leq 3, \\ 0.99 & \dots & 3 < x \leq 4, \\ 1.00 & \dots & 4 < x. \end{cases}$$

Določite verjetnostno funkcijo $p_X(x_i)$, verjetnost, da je bil študent vsaj dvakrat na izpitu ter narišite verjetnostno in porazdelitveno funkcijo.

2. Naloga: Izpeljana porazdelitev

Vzemimo, da je slučajna spremenljivka Y funkcija slučajne spremenljivke X

$$Y = g(X) = X^2 + X - 2.$$

Gostota verjetnosti slučajne spremenljivke X pa je

$$f_X(x) = 2(x - 1) \quad \dots \quad 1 < x < 2.$$

Določite srednjo vrednost slučajne spremenljivke $E[Y]$. (Neobvezna naloga: Določite gostoto verjetnosti slučajne spremenljivke Y .)

Statistika z elementi informatike
Osnove verjetnostnega računa in statistike
26.10.1999

3. Naloga: Vzorčenje

Vzemimo, da je število tovarniških napak na nekem vozilu slučajna spremenljivka X z naslednjo verjetnostno funkcijo

$$p_X(x_i) = \begin{cases} 0.2 & \dots & x_1 = 0, \\ 0.4 & \dots & x_2 = 1, \\ 0.3 & \dots & x_3 = 2, \\ 0.1 & \dots & x_4 = 3. \end{cases}$$

Določite srednjo vrednost in varianco slučajne spremenljivke X .

Vzemimo, da pregledamo N slučajno izbranih vozil in za vsakega ugotovimo število tovarniških napak. Določite srednjo vrednost in varianco povprečnega števila napak, če je velikost vzorca enaka $N = (\text{dan vašega rojstva}) + 30$. Določite tudi verjetnost, da je povprečno število napak večje od 2.

4. Naloga: Nelinearna regresija

Predpostavimo lahko, da se globina morja D v neki točki spreminja zaradi plimovanja ter je odvisna od časa t in sicer po enačbi:

$$D = a + b \cos(0.506t),$$

kjer sta a in b neznana parametra. Po metodi najmanjših kvadratov izpeljite izraza za oceni parametrov \hat{a} in \hat{b} . Ob upoštevanju naslednjih podatkov izračunajte vrednosti za obe oceni.

t [h]	0.0	0.9	1.8	3.1	4.2	5.0	6.3	7.1	8.3	9.4	10.7	11.8
D [m]	22.4	19.0	14.8	12.4	10.9	8.1	5.0	7.1	11.3	14.1	17.3	19.6