

Statistika z elementi informatike
Osnove verjetnostnega računa in statistike
30.10.2002

1. Naloga: Funkcija slučajne spremenljivke

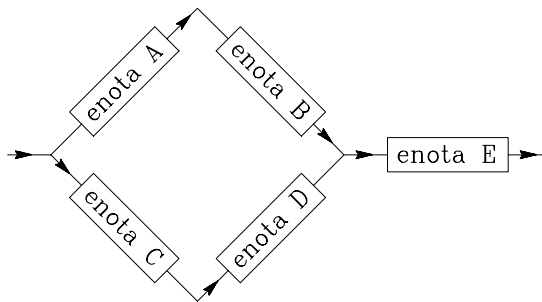
Slučajna spremenljivka T je porazdeljena eksponentno s parametrom $\lambda = 2$. Zveza med slučajno spremenljivko Y in T je podana z naslednjo enačbo:

$$Y = g(T) = \frac{1}{T + 1}$$

Določite zalogo vrednosti in gostoto verjetnosti slučajne spremenljivke Y . Narišite graf gostote verjetnosti $f_Y(y)$.

2. Naloga: Sistem črpalk

Sistem črpalk sestavljata dva kraka, v prvem sta enoti A in B, v drugem pa enoti C in D, ter enota E. Sistem deluje, če deluje vsaj eden izmed krakov in enota E. Posamezni krak deluje, če sočasno delujeta obe enoti v kraku.



Vzemimo, da dogodki A, B, C, D in E predstavljajo delovanje enot A, B, C, D in E, dogodki $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$ in \bar{E} pa predstavljajo njihovo nedelovanje oziroma okvaro. Zapišite dogodek \bar{X} , ki predstavlja okvaro sistema, v odvisnosti od dogodkov $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$ in \bar{E} . Opazovanja kažejo, da je delovanje kraka AB neodvisno od delovanja kraka CD. Okvare enot v istem kraku pa so medsebojno odvisne. Enota E je povsem neodvisna od enot A, B, C in D. Izračunajte verjetnost, da je sistem v okvari, če poznamo verjetnosti $P[\bar{A}] = P[\bar{B}] = 0.04$, $P[\bar{C}] = P[\bar{D}] = 0.06$, $P[\bar{B}|\bar{A}] = 0.24$, $P[\bar{D}|\bar{C}] = 0.32$ in $P[\bar{E}] = 0.24$.

3. Naloga: Karakteristična vrednost

Obravnavamo podatke o trdnosti lesenih nosilcev. Eksperimentalni rezultati so podani v naslednji preglednici:

3.836	2.693	6.722	7.432	1.750	1.831	60.694
13.966	33.987	31.739	14.387	14.332	5.197	3.327

Določiti želimo 5 % karakteristično vrednost, kar pomeni, da določimo tak x_α , da velja $P[X < x_\alpha] = 0.05$. Parametre porazdelitve ocenite po metodi momentov.

- a) Upoštevajte lognormalno porazdelitev.
- b) Dodatno vprašanje: Upoštevajte Gumbelovo porazdelitev.

4. Naloga: Velikost vzorca

V neki tovarni želijo določiti enostranski interval zaupanja za pričakovano vrednost m_X s stopnjo zaupanja $1 - \alpha = 90\%$

$$P[A < m_X] = 1 - \alpha.$$

Iz vzorca lahko izračunajo povprečje \bar{X} , s predhodnimi meritvami pa so ugotovili, da je standardna deviacija enaka $\sigma_X = 10$. Določite najmanjšo velikost vzorca pri pogoju, da je razlika med povprečjem vzorca \bar{X} in mejo intervala zaupanja A manjša od 2.