

Dejan Zupan

**IZPITNE NALOGE IN REŠITVE NALOG S POSTOPKOM IZ PREDMETA STATIKA NA  
VISOKOŠOLSKEM ŠTUDIJU GRADBENIŠTVA**

Igor Planinc

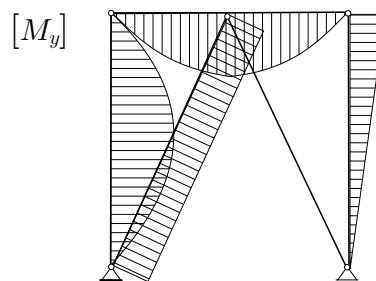
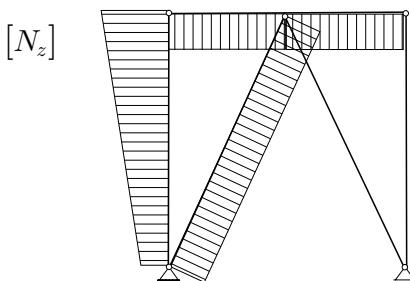
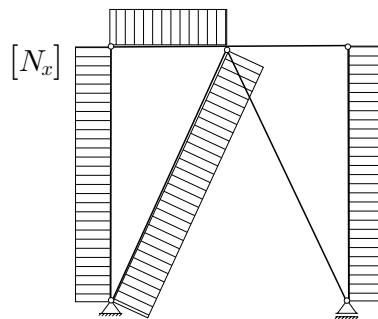
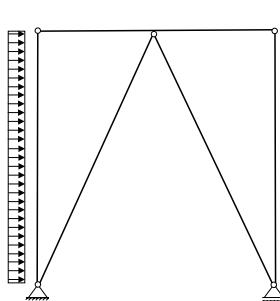
**VPRAŠANJA IZ TEORIJE PRI PREDMETU STATIKA NA  
VISOKOŠOLSKEM ŠTUDIJU GRADBENIŠTVA**

**ŠTUDIJSKO LETO: 2005/06**

## STATIKA (VSŠ) - ZIMSKI IZPITNI ROK (26. 1. 2006)

### RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Janezek je na izpitu iz statike padel. Njegovi diagrami so polni napak. Pomagaj Janezku in poišci (BREZ RAČUNANJA) vse napake v spodnjih diagramih! (OBVEZNA NALOGA! 25%)

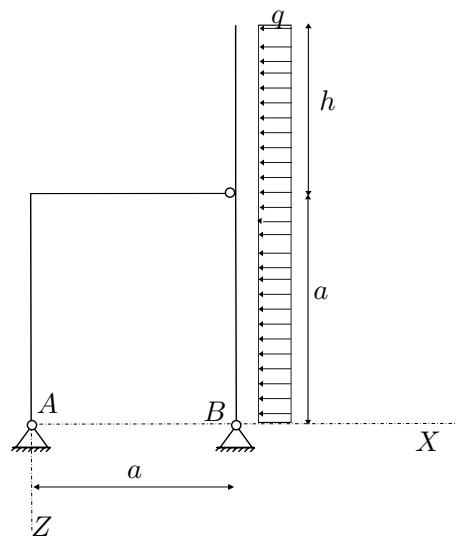


2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x, N_z, M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami! (OBVEZNA NALOGA! 45%)

Podatki:  $a = 4 \text{ m}$ ,  $h = 2 \text{ m}$ ,

$q = 10 \text{ kN/m}$ .

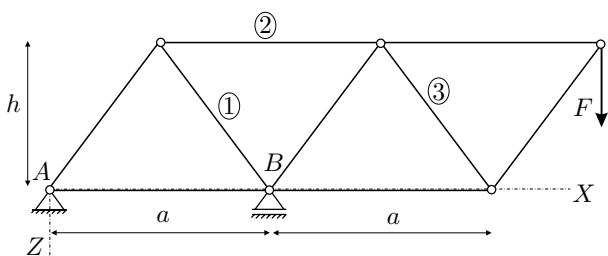
(OBVEZNA NALOGA! 45%)



3. Za paličje na sliki izračunajte osne sile v palicah 1, 2 in 3! (30%)

Podatki:  $a = 3 \text{ m}$ ,  $h = 2 \text{ m}$ ,

$F = 15 \text{ kN}$ .



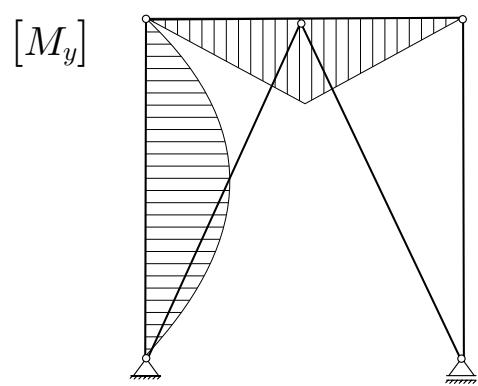
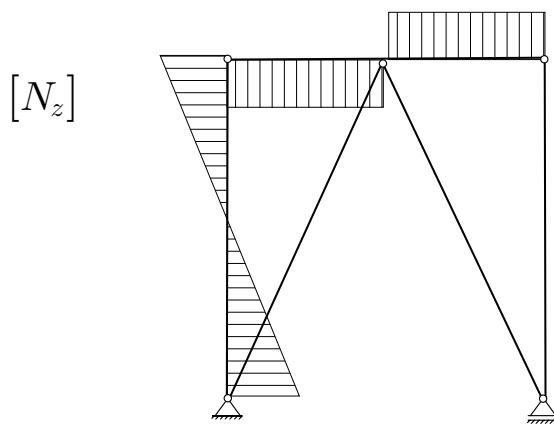
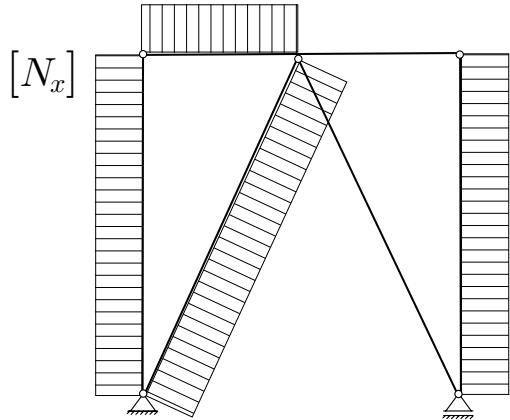
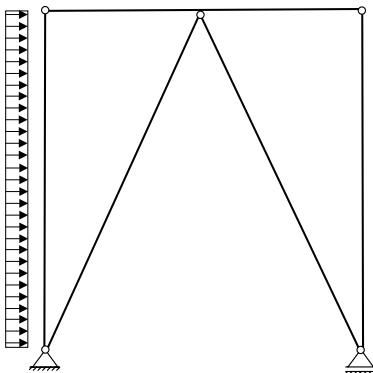
---

**TEORETIČNI DEL IZPITA:**

Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanji jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Ravnotežni par sil in dvojica sil!
2. Kdaj govorimo o statično določenih oziroma statično nedoločenih linijskih konstrukcijah? Odgovor konkretizirajte z značilnimi primeri!
3. Izpeljite enačbe za račun lege težišča telesa! Enačbe zapišite tudi za ploskovna telesa konstantne debeline in za telesa linijske oblike s konstantnim prečnim prerezom!

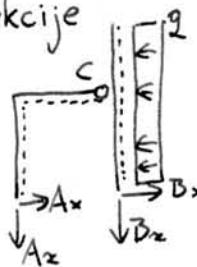
1. Naloga: PRAVILNI DIAGRAMI



## 2. NALOGA

a.)  $\tilde{m}_{ps} = 2 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 2 = 0$

b.) reakcije



$$A_x + B_x = q \cdot (a+h)$$

$$A_z + B_z = 0$$

$$\sum M^A: -B_z \cdot a + q \cdot (a+h) \frac{a+h}{2} = 0$$

dodatačna enačba:

$$\sum M^C: A_z \cdot a + A_x \cdot Az = 0$$

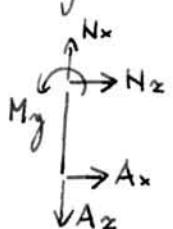
$$A_x = -A_z$$

$A_z = -45 \text{ kN}$
$B_z = 45 \text{ kN}$

$A_x = 45 \text{ kN}$
$B_x = 15 \text{ kN}$

c.) notranje sile

polje I



$$N_x = -45 \text{ kN}$$

$$N_z = -A_x$$

$$N_z = -45 \text{ kN}$$

$$M_y = -A_x \cdot x$$

$$M_y = -45x$$

$$M_y(4) = -180 \text{ kNm}$$

polje III



$$N_x = B_z$$

$$N_z = -B_x + q \cdot x$$

$$M_y = -B_x \cdot x + q \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$N_x = 45 \text{ kN}$$

$$N_z = -15 + 10x$$

$$M_y = -15x + 5x^2$$

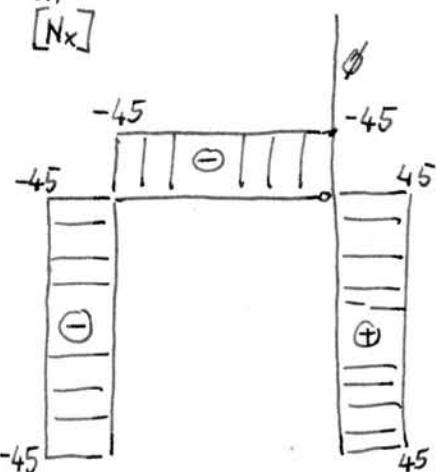
$$N_z(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$M_y(1.5) = -11.25 \text{ (eliptično)}$$

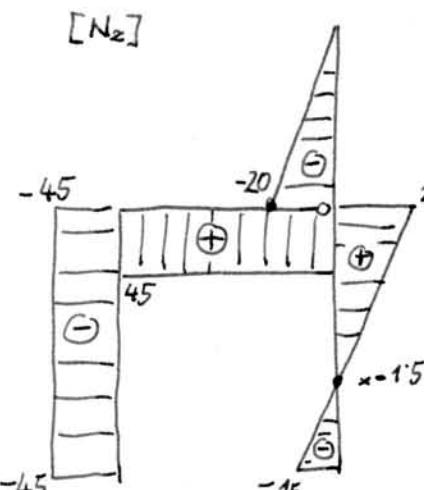
$$M_y = x(-15 + 5x) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ (ničla)} \quad M_y(4) = 20$$

d.) DIAGRAMI

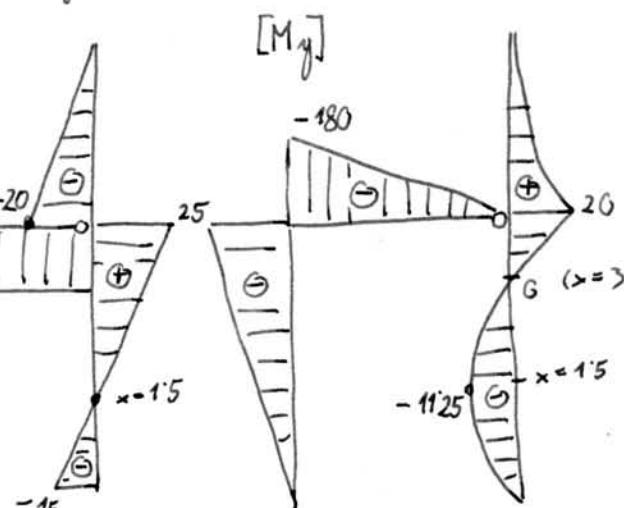
[Nx]



[Nz]

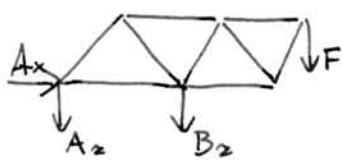


[My]



## 3. NALOGA

a.) reakcije



$$\begin{aligned} A_x &= 0 \\ A_z + B_z &= -F \\ -B_z \cdot a - F \cdot \frac{5a}{2} &= 0 \end{aligned}$$

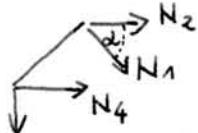
$$A_z = \frac{3F}{2}$$

$$B_z = -F \cdot \frac{5}{2}$$

$$\boxed{A_z = 22.5 \text{ kN}}$$

$$\boxed{B_z = -37.5 \text{ kN}}$$

b.) palica ①



$$\sum Z: A_z + N_1 \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow N_1 = -\frac{A_z}{\sin \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{h}{a/2} \Rightarrow \alpha = 53.13^\circ$$

$$\boxed{N_1 = -28.1 \text{ kN}}$$

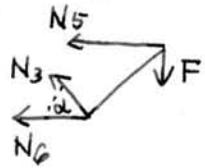
c.) palica ②

$$\sum M_A: -N_2 \cdot h - N_1 \cdot \cos \alpha \cdot h - N_1 \cdot \sin \alpha \cdot a/2 = 0$$

$$N_2 = \frac{1}{h} (-N_1 \cdot \cos \alpha \cdot h - N_1 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{a}{2})$$

$$\boxed{N_2 = 33.8 \text{ kN}}$$

d.) palica ③:



$$\sum Z: F = N_3 \cdot \sin \alpha$$

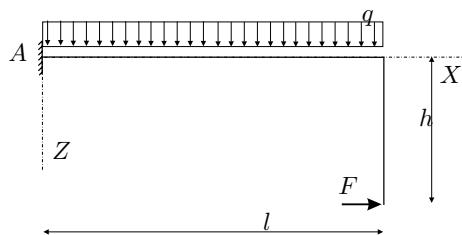
$$N_3 = \frac{F}{\sin \alpha}$$

$$\boxed{N_3 = 18.8 \text{ kN}}$$

## STATIKA (VSŠ) - 1. IZREDNI IZPITNI ROK (14. 3. 2006)

### RAČUNSKI DEL IZPITA:

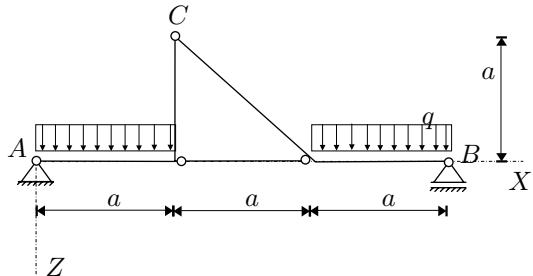
1. Za nosilec na sliki izračunajte in prikažite diagrame notranjih statičnih količin! (OBVEZNA NALOGA! 25%)



2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x, N_z, M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diogrami! (OBVEZNA NALOGA! 45%)

Podatki:  $a = 3 \text{ m}$ ,  $q = 2 \text{ kN/m}$ .

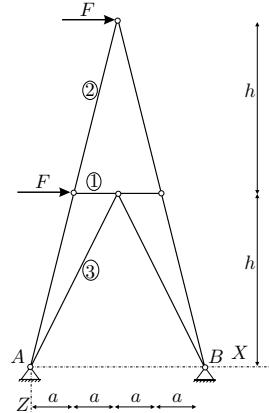
(OBVEZNA NALOGA! 45%)



3. Za paličje na sliki izračunajte osne sile v palicah 1, 2 in 3! (30%)

Podatki:  $a = 1 \text{ m}$ ,  $h = 4 \text{ m}$ ,

$F = 5 \text{ kN}$ .



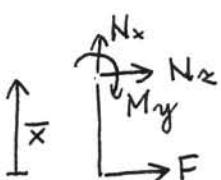
### TEORETIČNI DEL IZPITA:

Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanji jasno označite! Pišite čitljivo.

- Izpeljite in opišite obe obliki nadomestnih ravnotežnih pogojev (rezultate ilustrirajte na obojestransko previsnem prostoležečem nosilcu s točkovnima silama na prevish)!
- Izpeljite in opišite izraz za število odvzetih prostostnih stopenj, ki jih vez odvzame k nepovezanim telesom! Obravnavaj tudi primer, ko imajo vsa telesa na mestu vezi enake nekatere kinematične količine, preostale količine pa so možne za vsa telesa!
- Opišite določanje reakcij in notranjih sil statično določenih linijskih konstrukcij z izrekom o virtualnih pomikih! Razumevanje ilustrirajte na obojestransko previsnem prostoležečem nosilcu s prečno točkovno silo na sredini razpona! Izračunajte vse reakcije ter notranje sile na četrtini razpona!

## 1. NALOGA

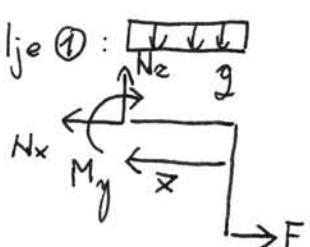
polje ② :



$$\begin{aligned}N_x &= 0 \\N_z &= -F \\M_y &= F\bar{x}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}M_y(0) &= 0 \\M_y(l) &= F \cdot l\end{aligned}$$

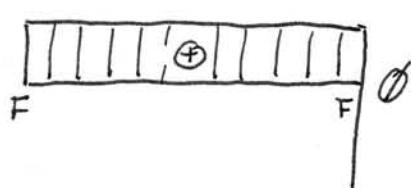
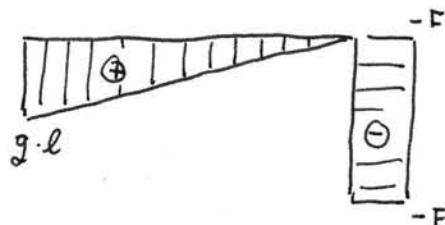
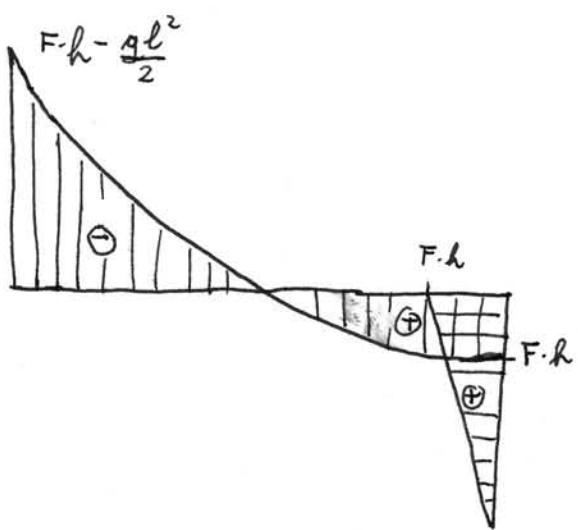
polje ① :



$$\begin{aligned}N_x &= F \\N_z &= g\bar{x} \\M_y &= F \cdot h - g\bar{x} \cdot \frac{\bar{x}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}N_z(0) &= 0 & N_z(l) &= g \cdot l \\M_y(0) &= F \cdot h & M_y(l) &= F \cdot h - g \frac{l^2}{2}\end{aligned}$$

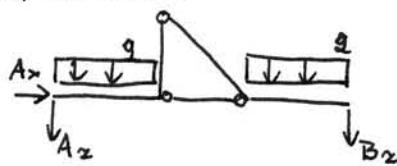
## DIAGRAMI:

[N<sub>x</sub>][N<sub>z</sub>][M<sub>y</sub>]

## 2. NALOGA

a.)  $\tilde{m}_{ps} = 3 \cdot 3 - 3 \cdot 2 - 3 = 0$

## b.) REAKCIJE



$$A_x = 0$$

$$A_z + B_z = -q \cdot 2a$$

$$-B_z \cdot 3a - q \cdot a \cdot \frac{a}{2} - q \cdot a \cdot \frac{5a}{2} = 0$$

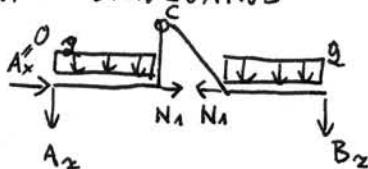
$$A_z = -\frac{q}{2}a$$

$$B_z = -\frac{q}{2}a$$

$$A_z = -6 \text{ kN}$$

$$B_z = -6 \text{ kN}$$

## c.) RAZSTAVLJANJE

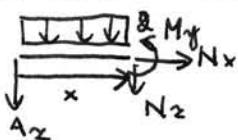


$$\sum M_C: A_z \cdot a + g \cdot a \cdot \frac{a}{2} + N_1 \cdot a = 0$$

$$N_1 = -A_z - \frac{g}{2}a$$

$$N_1 = 3 \text{ kN}$$

## d.) NOTRANJE SILE



$$N_x = 0$$

$$N_z = -A_z - \frac{g}{2}x$$

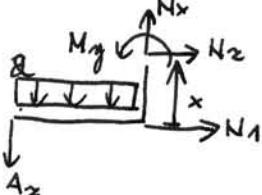
$$M_y = -A_z x - \frac{g}{2}x^2$$

$$N_z = 6 - 2x$$

$$M_y = 6x - x^2$$

$$N_z(3) = 0$$

$$M_y(3) = 9 \text{ (ekstrem)} \text{ kNm}$$



$$N_x = A_z + \frac{g}{2}a$$

$$N_z = -N_1$$

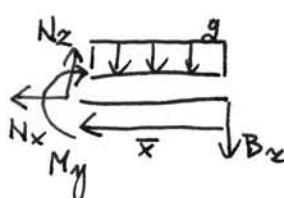
$$M_y = -A_z a - \frac{g}{2}a^2 - N_1 x$$

$$N_x = 0$$

$$N_z = -3 \text{ kN}$$

$$M_y = 9 - 3x$$

$$M_y(3) = 0 \text{ kNm}$$



$$N_x = 0$$

$$N_z = B_z + \frac{g}{2}\bar{x}$$

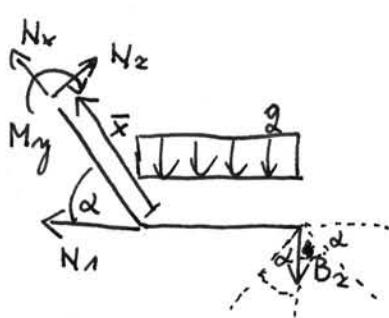
$$M_y = -B_z \bar{x} - \frac{g}{2}\bar{x}^2$$

$$N_z = -6 + 2\bar{x}$$

$$M_y = 6\bar{x} - \bar{x}^2$$

$$N_z(3) = 0$$

$$M_y(3) = 9 \text{ kNm}$$



$$N_x = -N_1 \cos \alpha + B_z \sin \alpha + g \cdot \sin \alpha \cdot a$$

$$N_z = N_1 \sin \alpha + B_z \cos \alpha + g \cos \alpha \cdot a$$

$$M_y = -N_1 \cdot \bar{x} \sin \alpha - B_z (\alpha + \bar{x} \cos \alpha) - g \cdot a \left( \frac{\alpha}{2} + \bar{x} \cos \alpha \right)$$

$$\alpha = 45^\circ$$

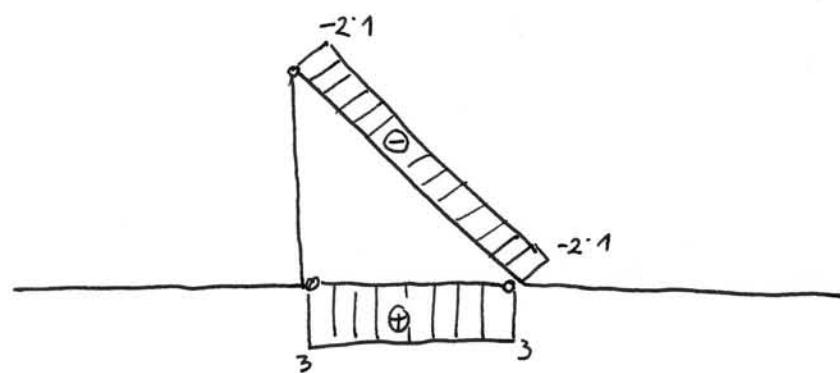
$$N_x = -2.1 \text{ kN}$$

$$N_z = 2.1 \text{ kN}$$

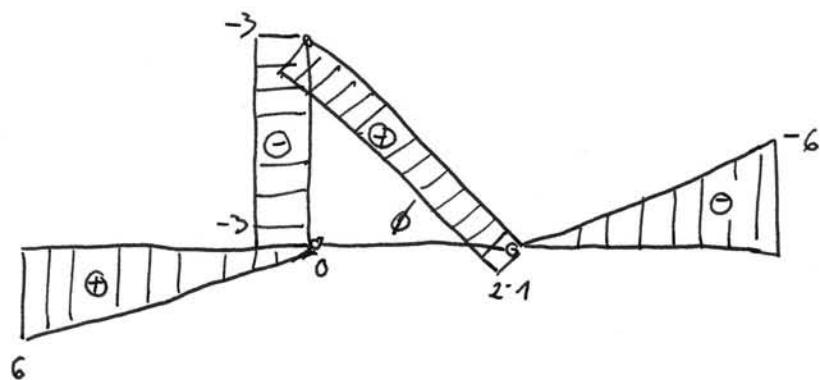
$$M_y = 9 \sqrt{2} \cdot 2.1 \bar{x}$$

$$M_y(3\sqrt{2}) = 0$$

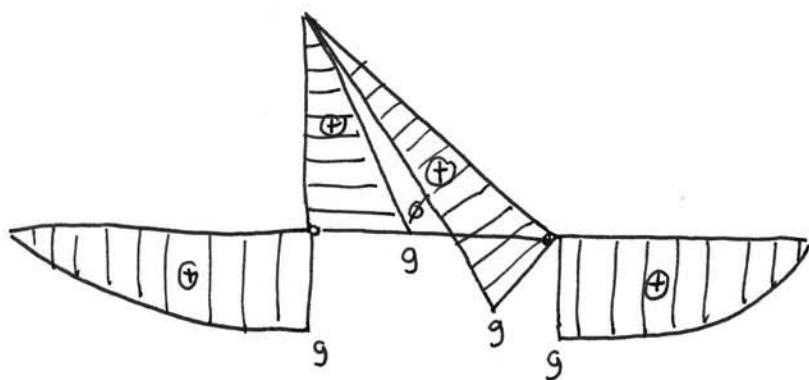
$[N_x]$



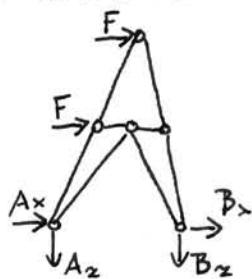
$[N_z]$



$[M_y]$



## a.) REAKCIJE



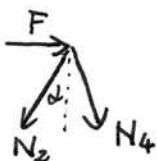
$$Ax + Bx = -2F$$

$$Az + Bz = 0$$

$$\sum M^A: -Bz \cdot 4a - F \cdot h - F \cdot 2h = 0 \quad Bz = -\frac{3Fh}{4a} = -15 \text{ kN}$$

$$Az = 15 \text{ kN}$$

b.)



$$N_2 \cdot \cos \alpha + N_4 \cdot \cos \alpha = 0 \Rightarrow N_2 = -N_4$$

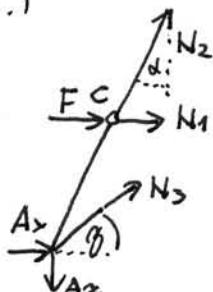
$$-N_2 \cdot \sin \alpha + N_4 \cdot \sin \alpha + F = 0$$

$$2 \cdot N_2 \cdot \sin \alpha = F \quad \boxed{N_2 = \frac{F}{2 \sin \alpha} = 10.3 \text{ kN}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{h} = \frac{1}{4}$$

$$\alpha = 14^\circ$$

c.)



$$N_1 + N_2 \cdot \sin \beta + N_3 \cdot \cos \beta + Ax + F = 0 \quad (\text{se ne zplača})$$

$$\sum M^A: -F \cdot h - N_1 \cdot h = 0 \quad (N_2 \text{ ne vrti okrog A!})$$

$$N_1 = -F \quad \boxed{N_1 = -5 \text{ kN}}$$

$$\sum M^C: Ax \cdot h + N_3 \cdot \cos \beta \cdot h - N_3 \cdot \sin \beta \cdot a + Az \cdot a = 0$$

$$\sum Z: -N_2 \cdot \cos \beta - N_3 \cdot \sin \beta + Az = 0$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{2a} = 2$$

$$\beta = 63.4^\circ$$

$$N_3 = \frac{Az - N_2 \cdot \cos \beta}{\sin \beta} = 5.6 \text{ kN} \quad \boxed{N_3 = 5.6 \text{ kN}}$$

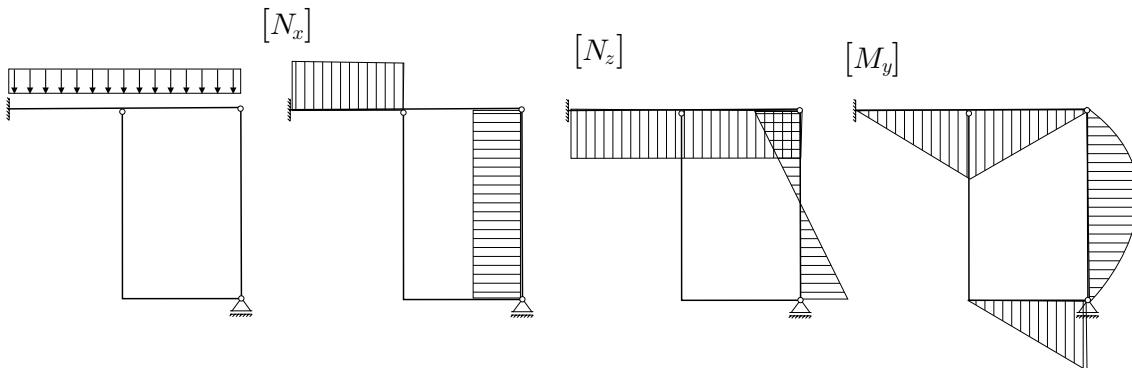
$$Ax = -\frac{1}{h} (Az \cdot a + N_3 \cos \beta \cdot h - N_3 \sin \beta \cdot a)$$

$$\boxed{Ax = -5 \text{ kN}}$$

$$\boxed{Bx = -5 \text{ kN}}$$

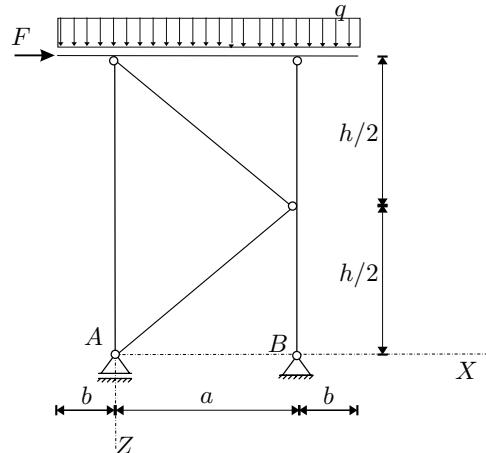
RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Janezek je na izpitu iz statike padel. Njegovi diagrami so polni napak. Pomagaj Janezku in poišči (BREZ RAČUNANJA) vse napake v spodnjih diagramih! (OBVEZNA NALOGA! 25%)



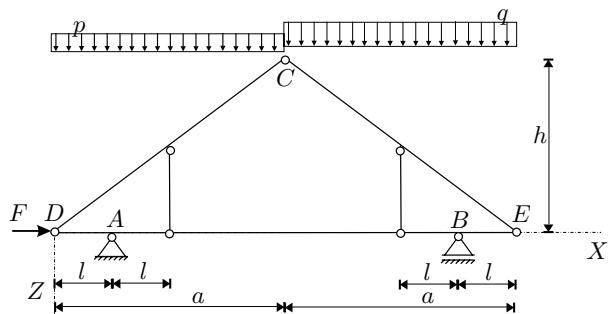
2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x, N_z, M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami! (OBVEZNA NALOGA! 45%)

Podatki:  $a = 3 \text{ m}$ ,  $h = 5 \text{ m}$ ,  
 $b = 1 \text{ m}$ ,  $F = 1 \text{kN}$ ,  $q = 2 \text{kN/m}$ .  
(OBVEZNA NALOGA! 45%)



3. Za konstrukcijo na sliki izračunajte reakcije in jih kontrolirajte, osne sile v vseh palicah ter sile v vezeh C, D in E! (30%)

Podatki:  $a = 4 \text{ m}$ ,  $h = 3 \text{ m}$ ,  $l = 1 \text{ m}$ ,  
 $p = 5 \text{kN/m}$ ,  $q = 8 \text{kN/m}$ ,  $F = 10 \text{kN}$ .

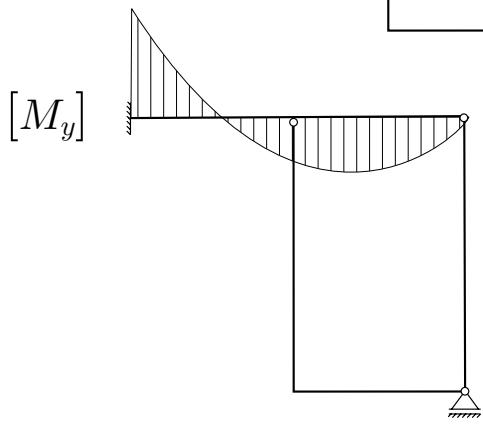
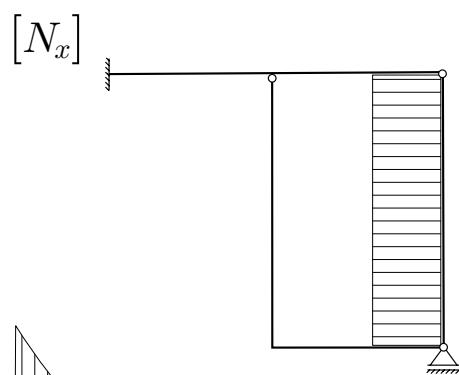
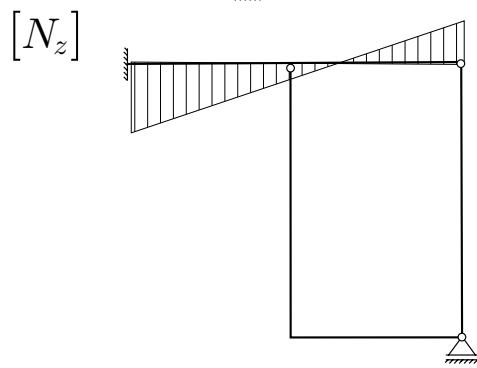
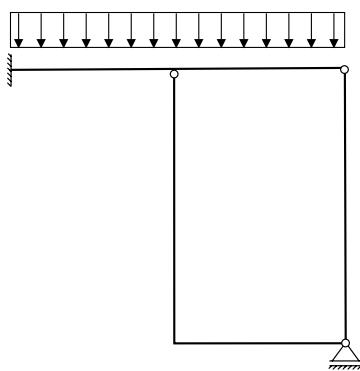


TEORETIČNI DEL IZPITA:

Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanji jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Rezultanta sil in rezultanta momentov. Dokaži, da smernica rezultante sil poteka skozi točko, na katero računamo rezultanto momentov! Kdaj sta dva sistema sil statično enakovredna?
2. Kdaj govorimo o statično določenih oziroma statično nedoločenih linijskih konstrukcijah? Odgovor ilustrirajte z značilnimi primeri!
3. Opišite določanje reakcij in notranjih sil statično določenih linijskih konstrukcij z izrekom o virtualnih pomikih! Kot ilustracijo izračunajte vse reakcije in notranje statične količine ob vpetišču na konzoli s prečno in horizontalno točkovno silo na prostem robu!

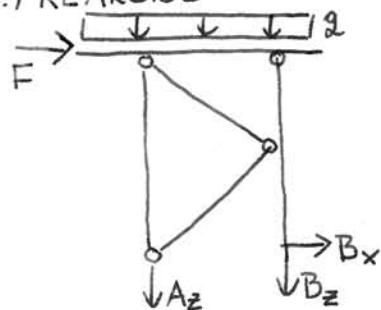
1. Naloga: PRAVILNI DIAGRAMI



2. NALOGA

a.)  $\tilde{m}_{ps} = 5 \cdot 3 - 3 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 4 = 0$

b.) REAKCIJE



$$\sum X: B_x = -F$$

$$B_x = -1 \text{ kN}$$

$$\sum Z: A_z + B_z = -q \cdot 5$$

$$\sum M_B: A_z \cdot 3 + q \cdot 4 \cdot 2 - q \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} - F \cdot 5 = 0$$

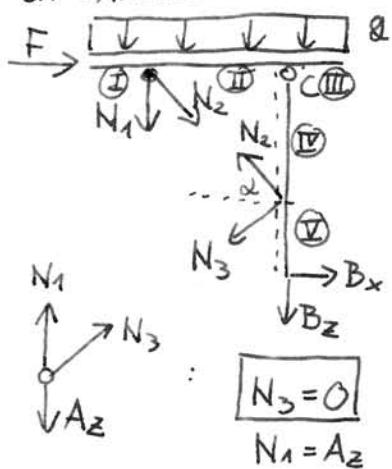
$$A_z = -\frac{10}{3} \text{ kN}$$

$$B_z = -\frac{20}{3} \text{ kN}$$

$$A_z = -3.3 \text{ kN}$$

$$B_z = -6.7 \text{ kN}$$

c.) PALICE



$$N_3 = 0$$

$$N_1 = A_z$$

$$N_1 = -\frac{10}{3} \text{ kN}$$

$$\sum M_C: B_x \cdot \lambda - N_2 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\lambda}{2} = 0$$

$$N_2 = \frac{2 B_x}{\cos \alpha}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{2 \cdot 5}{3} \\ \Rightarrow \alpha &= 39.8^\circ \end{aligned}$$

$$N_2 = -2.6 \text{ kN}$$

d.) NOTRANJE SILE PO POLJIH

POLJE ①

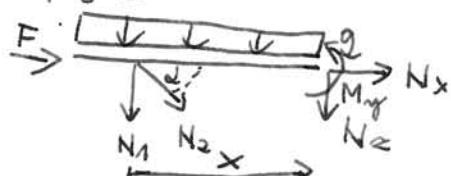


$$x \in [0, 1]$$

$$\begin{cases} N_x = -1 \text{ kN} \\ N_z = -2x \\ M_y = -x^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} N_z(1) &= -2 \text{ kN} \\ M_y(1) &= -1 \text{ kN} \end{aligned}$$

polje ②



$$\sum X: N_x = -F - N_2 \cos \alpha$$

$$\sum Z: N_z = -N_1 - N_2 \sin \alpha - g \cdot 1 - g \cdot x$$

$$\sum M_T: M_y + N_1 \cdot x + N_2 \sin \alpha \cdot x + g(x+1)^2$$

$$N_x = 1 \text{ kN}$$

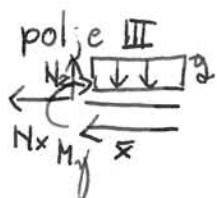
$$N_z = 3 - 2x$$

$$M_y = -1 + 3x - x^2$$

$$N_z(3) = -3 \text{ kN}$$

$$M_y(\frac{3}{2}) = -1.25 \text{ (ekstrem)}$$

$$M_y(\frac{3}{2}) = 1.25 \text{ (ekstrem)}$$



$$N_x = 0$$

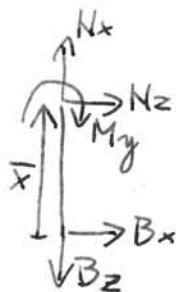
$$N_z = g \bar{x}$$

$$M_y = -g \frac{\bar{x}^2}{2}$$

$$N_z = 2\bar{x}$$

$$M_y = -\bar{x}^2$$

polje IV (z derne)



$$N_x = B_z$$

$$N_z = -B_x$$

$$M_y = B_x \bar{x}$$

polje IV (z derne)

$$\bar{x} \in [0, 2.5]$$

$$N_x = B_z - N_z \sin \alpha$$

$$N_z = -B_x + N_z \cos \alpha$$

$$M_y = B_x \cdot (2.5 + \bar{x}) - N_z \cos \alpha \cdot \bar{x}$$

$$N_x = -5 \text{ kN}$$

$$N_z = -1 \text{ kN}$$

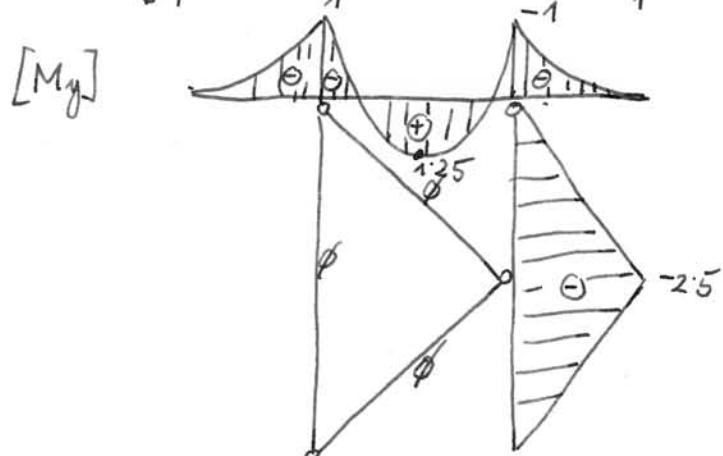
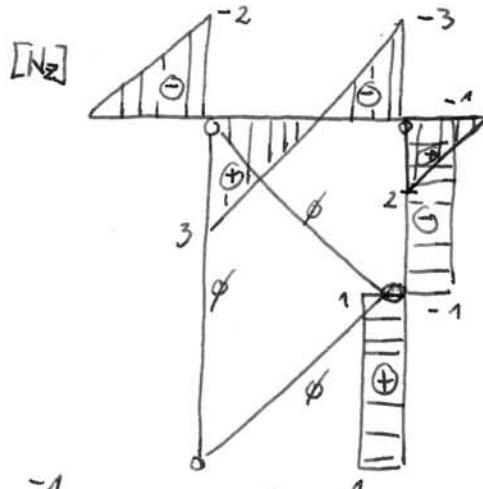
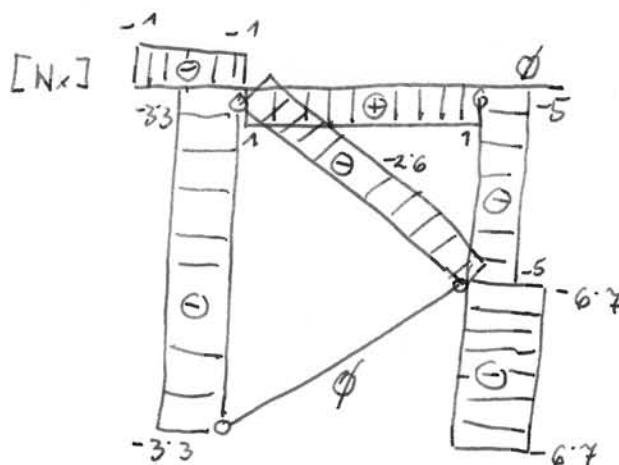
$$M_y = -2.5 + \bar{x}$$

$$M_y(2.5) = 0$$

$$N_x = -\frac{20}{3} \text{ kN} \quad N_z = 1 \text{ kN}$$

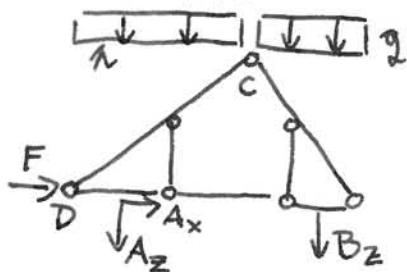
$$M_y = -\bar{x} \quad M_y(2.5) = -2.5 \text{ kNm}$$

e.) DIAGRAMI



## 3. NALOGA

## a.) REAKCIJE



$$\sum X: A_x + F = 0$$

$$A_x = -10 \text{ kN}$$

$$\sum Z: A_z + B_z = -(p+g) \cdot a$$

$$\sum M_C: A_z \cdot (a-l) - B_z \cdot (a-l) + p \cdot a \cdot \frac{a}{2} - g \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$$

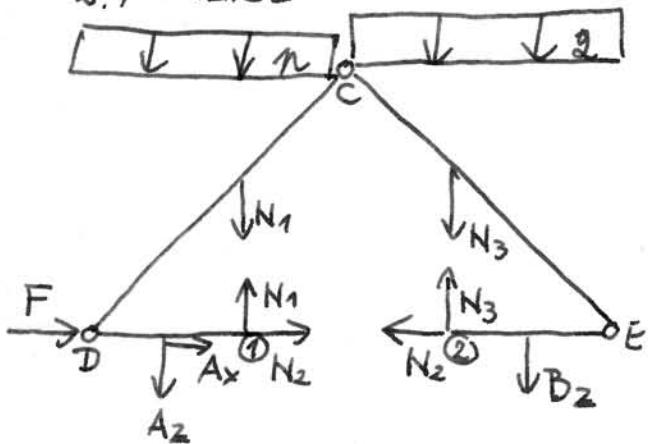
$$2A_z(a-l) + (p+g)a(a-l) + (p-g)\frac{a^2}{2} = 0$$

$$A_z = -22 \text{ kN}$$

$$B_z = -30 \text{ kN}$$

KONTROLA A:  $\sum M_D: -A_z \cdot 1 - B_z \cdot 7 - p \cdot 4 \cdot 2 - g \cdot 4 \cdot 6 =$   
 $= 22 + 30 \cdot 7 - 5 \cdot 4 \cdot 2 - 8 \cdot 4 \cdot 6 = 0$

## b.) PALICE



$$\sum M_D: -A_z \cdot 1 + N_1 \cdot 2 = 0$$

$$N_1 = \frac{A_z}{2}$$

$$N_1 = -11 \text{ kN}$$

$$\sum M_E: B_z \cdot 1 - N_3 \cdot 2 = 0$$

$$N_3 = \frac{B_z}{2}$$

$$N_3 = -15 \text{ kN}$$

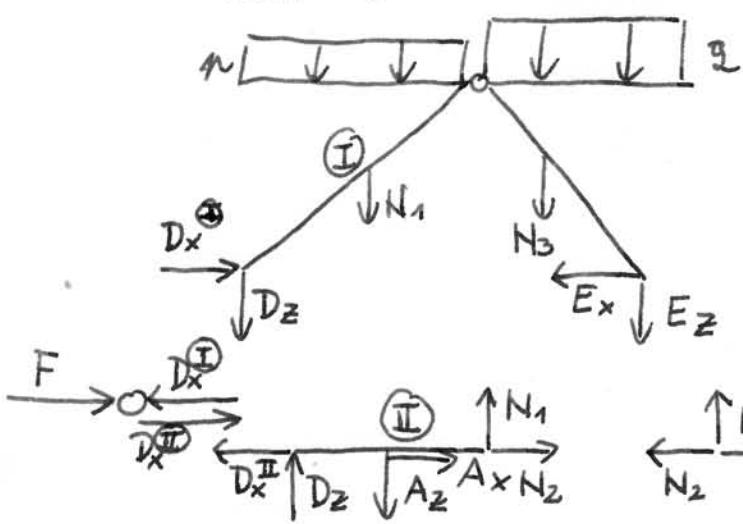
$$\sum M_C: A_z \cdot 3 + p \cdot 4 \cdot 2 + F \cdot 3 + A_x \cdot 3 + N_2 \cdot 3 = 0$$

$$N_2 = 22 - \frac{5 \cdot 4 \cdot 2}{3} = \frac{26}{3}$$

$$N_2 = 8 \cdot 7 \text{ kN}$$

## c.) SILE V VEZEH

VEZI D IN E:



$$D_x^{II} = N_2 + A_x$$

$$D_x^{II} = -\frac{4}{3} \text{ kN}$$

$$D_z = A_z - N_1$$

$$D_z = -11 \text{ kN}$$

$$E_x = N_2$$

$$E_x = \frac{26}{3} \text{ kN}$$

$$E_z = B_z - N_3$$

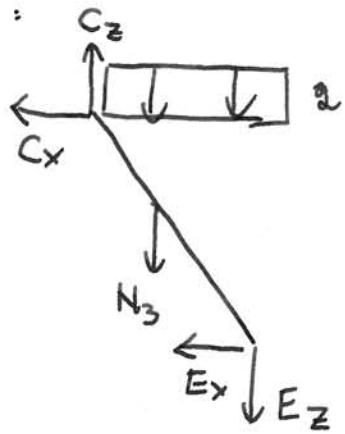
$$E_z = -15 \text{ kN}$$

VEZ D:

$$D_x^{II} - D_x^{I} = F$$

$$D_x^{I} = \frac{26}{3} \cdot \text{kN}$$

VEZ C :



$$\sum X: \quad C_x = -E_x$$

$$C_x = -\frac{26}{3} \text{ kN}$$

$$\sum Z: \quad C_z = E_z + N_3 + g \cdot a$$

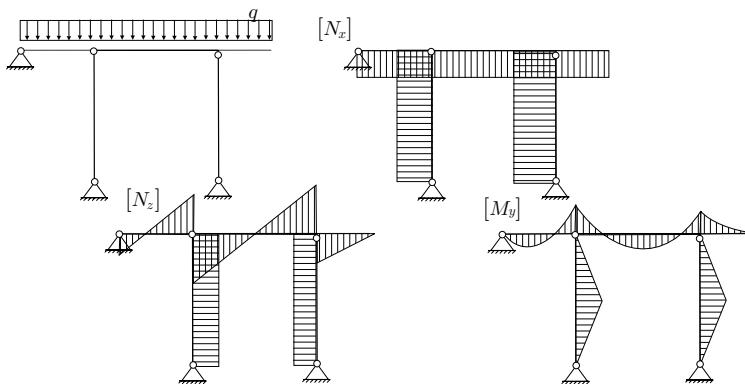
$$C_z = -15 - 15 + 8 \cdot 4$$

$$C_z = 2 \text{ kN}$$

## STATIKA (VSŠ) - 2. IZPITNI ROK (27. 6. 2006)

### RAČUNSKI DEL IZPITA:

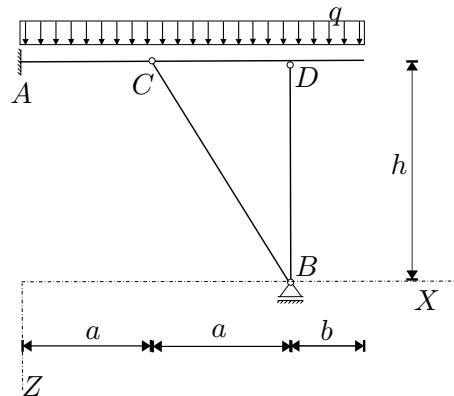
1. Janezek je na izpitu iz statike padel. Njegovi diagrami so polni napak. Pomagaj Janezku in poišči (BREZ RAČUNANJA) vse napake v spodnjih diagramih! (OBVEZNA NALOGA! 25%)



2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x, N_z, M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami! (OBVEZNA NALOGA! 45%)

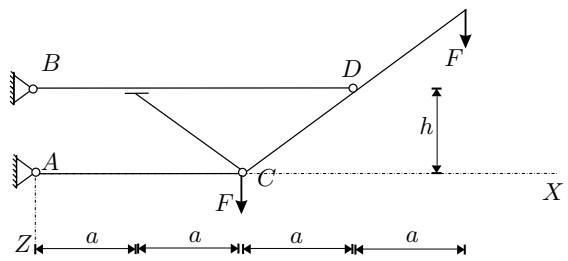
Podatki:  $a = 3 \text{ m}$ ,  $h = 5 \text{ m}$ ,  
 $b = 2 \text{ m}$ ,  $q = 10 \text{ kN/m}$ .

(OBVEZNA NALOGA! 45%)



3. Za konstrukcijo na sliki izračunajte reakcije in jih kontrolirajte, osne sile v vseh palicah ter sile v vezeh C, D in E! (30%)

Podatki:  $a = 4 \text{ m}$ ,  $h = 3 \text{ m}$ ,  $l = 1 \text{ m}$ ,  
 $p = 5 \text{ kN/m}$ ,  $q = 8 \text{ kN/m}$ ,  
 $F = 10 \text{ kN}$ .

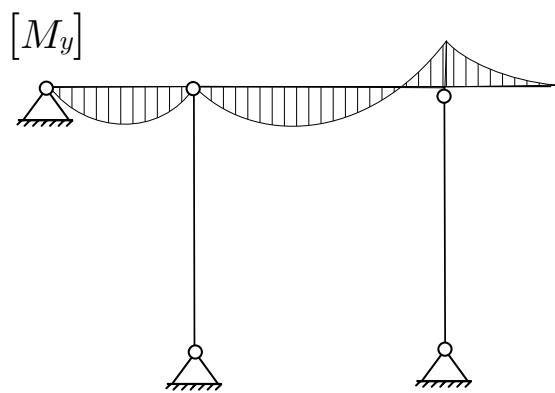
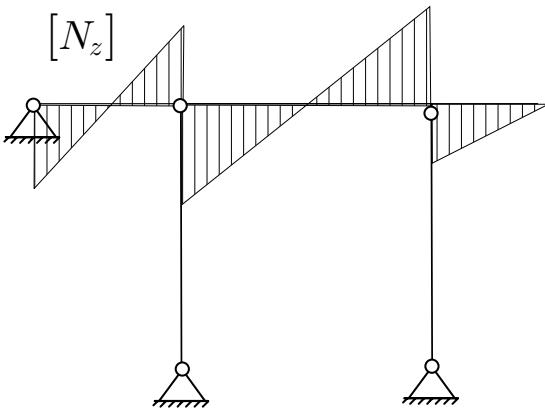
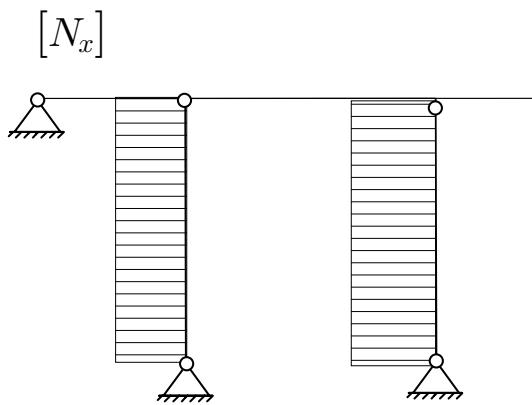
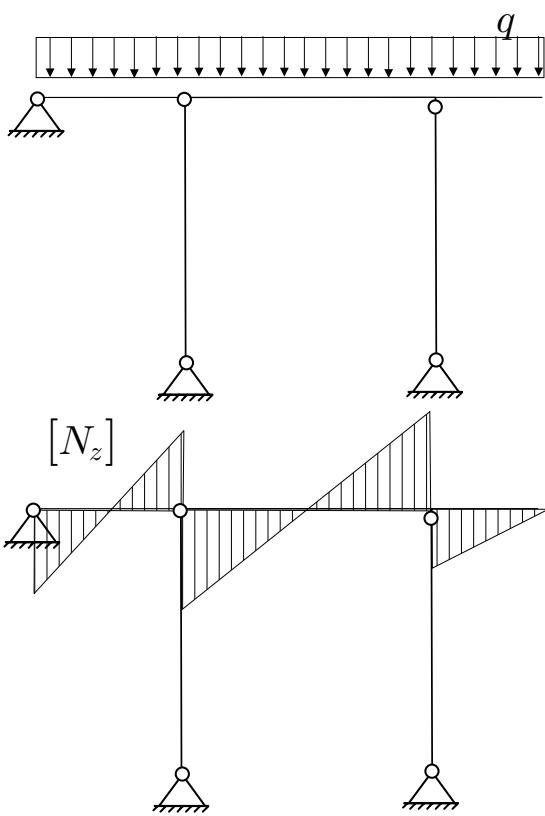


### TEORETIČNI DEL IZPITA:

Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanji jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Ravnotežni par sil in dvojica sil!
2. Kdaj govorimo o statično določenih oziroma statično nedoločenih linijskih konstrukcijah? Odgovor konkretizirajte z značilnimi primeri!
3. Izpeljite enačbe za račun lege težišča telesa! Enačbe zapишite tudi za ploskovna telesa konstantne debeline in za telesa linijske oblike s konstantnim prečnim prerezom!

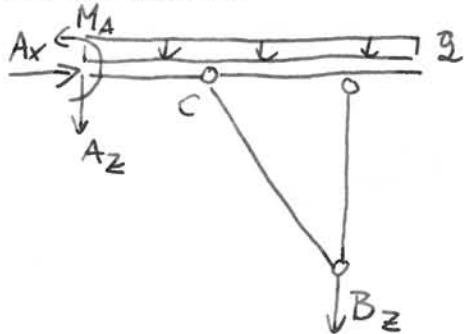
1. Naloga: PRAVILNI DIAGRAMI



## 2. NALOGA

a.)  $\tilde{m}_{PS} = 4 \cdot 3 - 3 - 1 - 2 \cdot 2 - 4 = 0$

b.) REAKCIJE



$\sum X: A_x = 0$

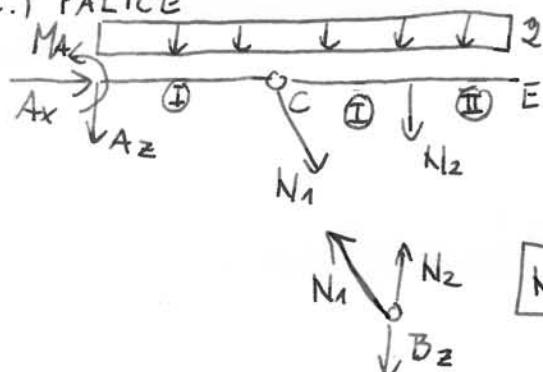
$\sum Z: A_z + B_z = -g(2a+b)$

$\sum M_A: M_A - g(2a+b)^2 \cdot \frac{1}{2} - B_z \cdot 2a = 0$

dodatna

$\sum M_{AC}^C: A_z \cdot a + M_A + g \cdot \frac{a^2}{2} = 0$

c.) PALICE



pomožna enačba  $\sum M_C^C: -N_2 \cdot a - g(a+b)^2 \frac{1}{2} = 0$

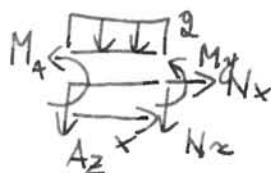
$N_2 = -\frac{g(a+b)^2}{2a}$

$N_2 = -4167 \text{ kN}$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} B_z &= -4167 \text{ kN} \\ A_z &= -3833 \text{ kN} \\ M_A &= 70 \text{ kNm} \end{aligned}}$$

d.) NOTRANJE SILE

polje ①



$x \in [0, 6] \quad (\text{raj je } N_1 = 0)$

$N_x = 0$

$N_z = -A_z - g \cdot x$

$M_y + M_A + A_z \cdot x - g \cdot x \cdot \frac{x}{2} = 0$

$N_x = 0$

$N_z = 38.3 - 10x$

$N_z(3) = 8.3$

$M_y = -70 + 38.3x - 5x^2$

$N_z(6) = -216.7$

$M_y(3) = 0 \checkmark$

$M_y(6) = -20 \text{ kNm}$

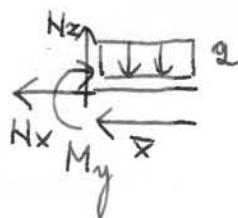
$M_y' = 38.3 - 10x = 0$

$x = 3.83 \text{ m}$

$M_y(3.83) = 3.47 \text{ kNm}$

desistem

polje II ( $x$  derme)



$$\bar{x} \in [0, 2]$$

$$N_x = 0$$

$$N_z = g \bar{x}$$

$$-M_y - g \bar{x} \frac{\bar{x}}{2} = 0$$

$$N_z = 10 \bar{x}$$

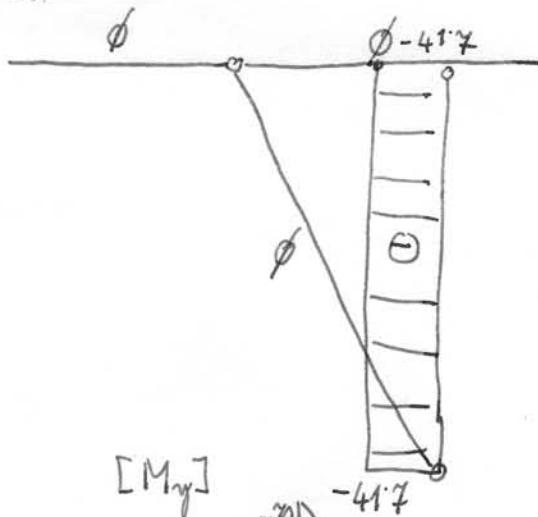
$$M_y = -5 \bar{x}^2$$

$$N_z(2) = 20 \text{ kN}$$

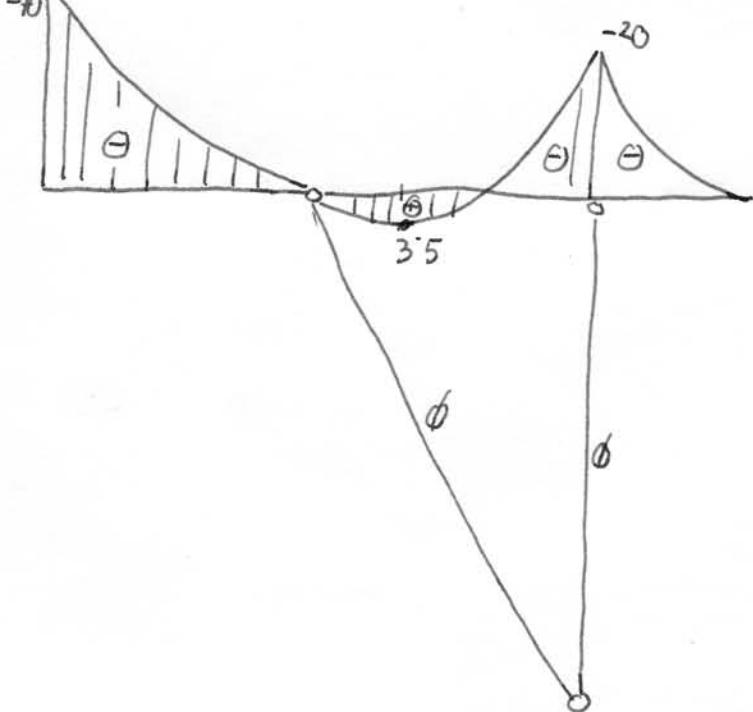
$$M_y(2) = -20 \text{ kNm}$$

e.) DIAGRAMI

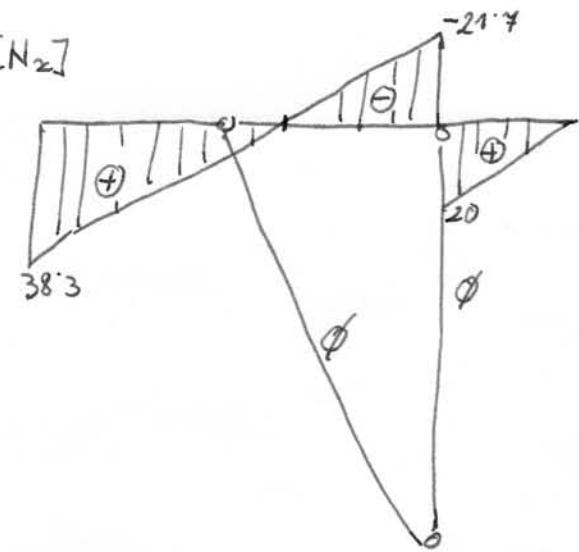
$[N_x]$



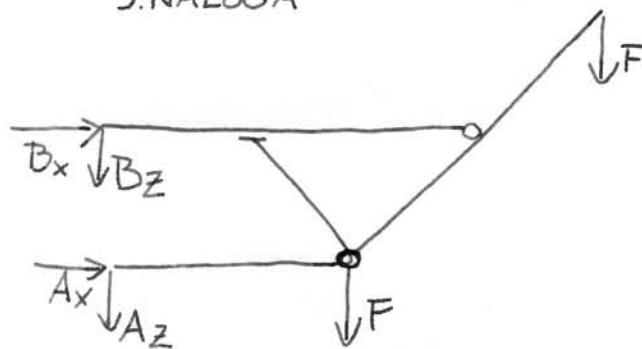
$[M_y]$



$[N_z]$



## 3. NALOGA



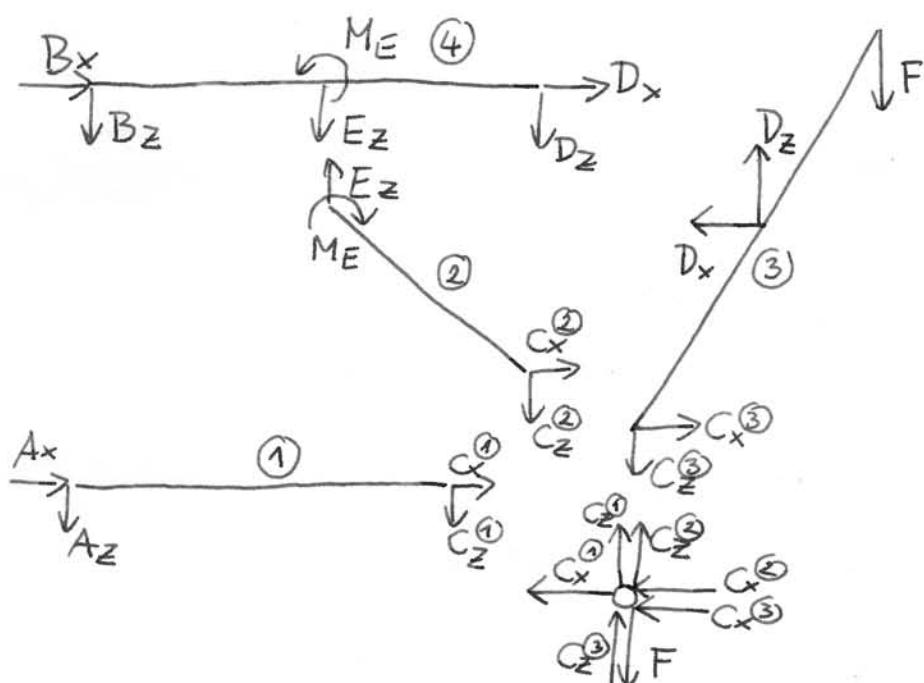
$$\sum X: A_x + B_x = 0$$

$$\sum Z: A_z + B_z = -2F$$

$$\sum M_B: A_x \cdot h - F \cdot 2a - F \cdot 4a = 0$$

dodatevna:  $\sum M_{AC}^C: A_z \cdot 2a = 0$

$A_z = 0$
$B_z = -2F$
$A_x = \frac{6Fa}{h} = 80 \text{ kN}$
$B_x = -\frac{6Fa}{h} = -80 \text{ kN}$



①:  $C_x^{(1)} = -A_x$   
 $C_z^{(1)} = A_z = 0$

VEZ:  $C_x^{(1)} + C_x^{(2)} + C_x^{(3)} = 0$   
 $\Rightarrow C_x^{(3)} = -C_x^{(1)}$   
 $C_z^{(1)} + C_z^{(2)} + C_z^{(3)} = F$

②  $\sum M_C: -E_z \cdot a - M_E = 0$

$E_z = C_z^{(2)}$
$C_x^{(2)} = 0$

③:  $D_x = C_x^{(3)}$

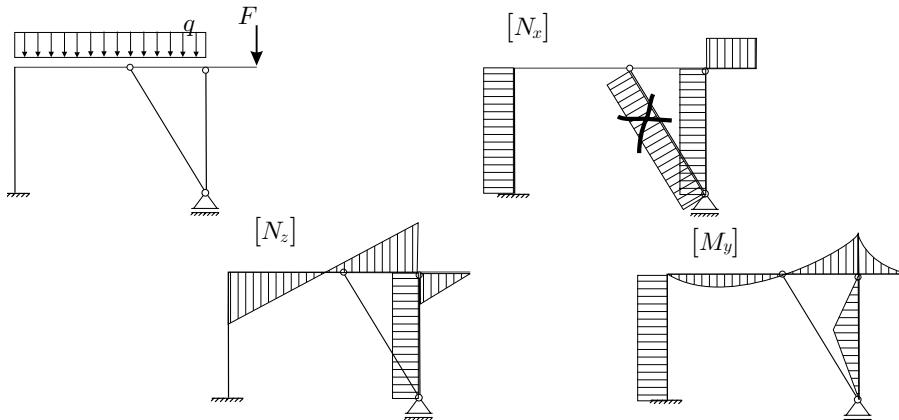
$\sum M_C: D_x \cdot h + D_z \cdot a - F \cdot 2a = 0$

$$D_z = 2F - \frac{D_x \cdot h}{a} = 2F - \frac{6F \cdot a}{h} \cdot \frac{h}{a} = -4F$$

$C_x^{(1)} = A_x$
$C_z^{(1)} = 0$
$C_x^{(2)} = 0$
$C_x^{(3)} = +A_x$
$D_x = +A_x$
$D_z = -4F$
$E_z = 6F$
$C_z^{(3)} = -5F$
$C_z^{(2)} = 6F$
$M_E = -6Fa$

RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Janezek je na izpitu iz statike padel. Njegovi diagrami so polni napak. Ena napaka je že označena. Najprej razloži, zakaj je osna sila v poševni palici enaka nič, potem pa poišči (BREZ RAČUNANJA) še vse ostale napake v spodnjih diagramih ! (OBVEZNA NALOGA! 25%)

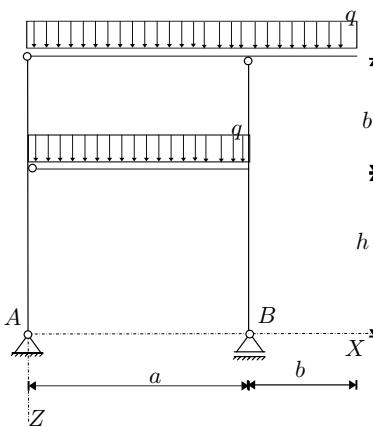


2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x, N_z, M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami!
- (OBVEZNA NALOGA! 45%)

Podatki:  $a = 4 \text{ m}$ ,  $h = 3 \text{ m}$ ,

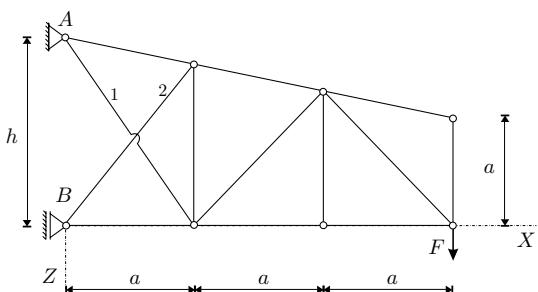
$b = 2 \text{ m}$ ,  $q = 2 \text{ kN/m}$ .

(OBVEZNA NALOGA! 45%)



3. Za palično konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti in osne sile v vseh palicah! Palici 1 in 2 sta izvedeni tako, da se med sabo ne ovirata. Namig: najprej poišči palice, v katerih so osne sile nič. (30%)

Podatki:  $a = 2 \text{ m}$ ,  $h = 3.5 \text{ m}$ ,  $F = 5 \text{ kN}$ .

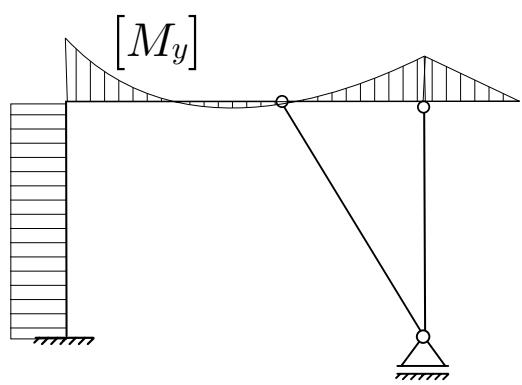
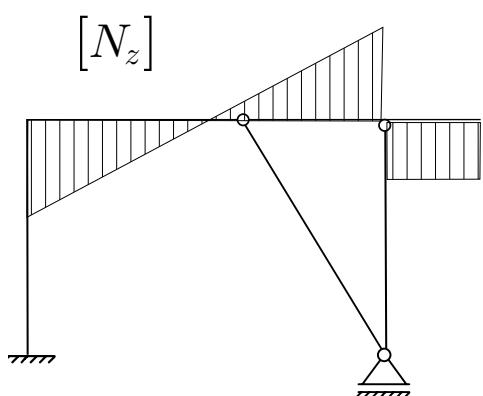
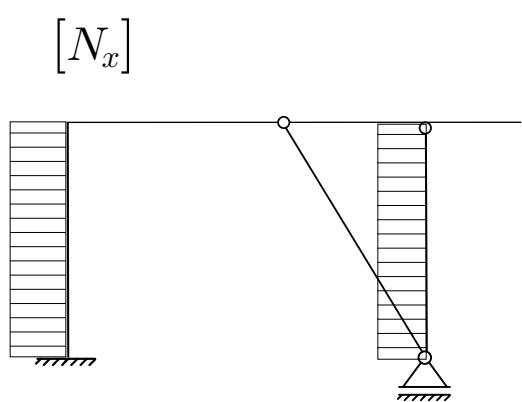
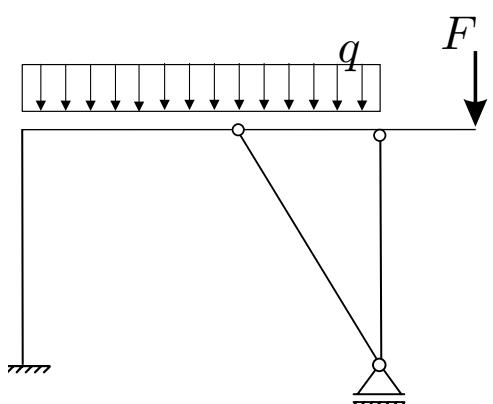


TEORETIČNI DEL IZPITA:

Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanji jasno označite! Pišite čitljivo.

- Definicija števila prostostnih stopenj! Koliko prostostnih stopenj ima delec, ki se giblje v prostoru, in koliko delec, ki se giblje po krogi? Koliko prostostnih stopenj ima togo telo (odgovor utemelji)?
- Izpelji in opiši nadomestne ravnotežne pogoje! S pomočjo nadomestnih ravnotežnih pogojev izračunaj reakcije ravninskega prostoležečega nosilca s horizontalno točkovno silo na sredini razpona!
- Definicija virtualnega pomika! Razumevanje utemelji tudi s preprostim primerom gibanjem delca po krožnici in premici v ravnini!

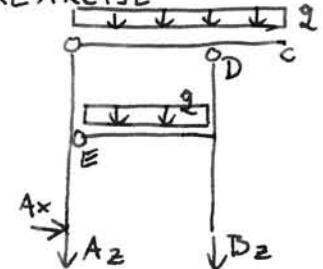
1. Naloga: PRAVILNI DIAGRAMI



## 2. NALOGA

a.)  $\tilde{n}_{ps} = 3 \cdot 3 - 3 \cdot 2 - 2 - 1 = 0$

b.) REAKCIJE



$\sum X: A_x = 0$

$\sum Z: A_z + B_z + g \cdot a + g(a+b) = 0$

$\sum M^A: -B_z \cdot a - g \cdot a \cdot \frac{a}{2} - g(a+b) \frac{a+b}{2} = 0$

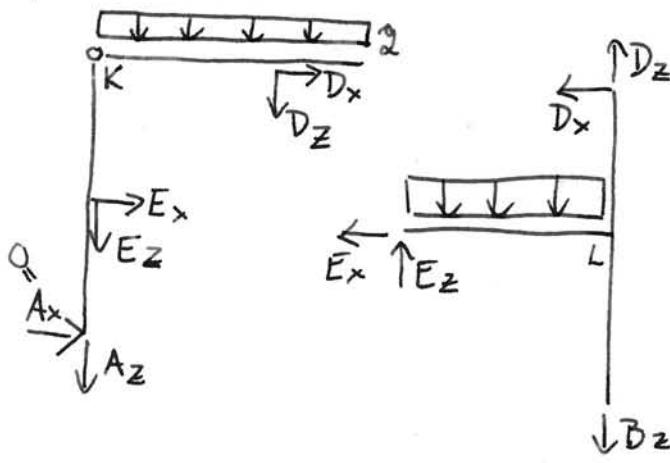
$B_z = -13 \text{ kN}$

$A_z = -7 \text{ kN}$

KONTROLA

$$\begin{aligned} \sum M^C: B_z \cdot b + A_z(a+b) + g \cdot a \left( \frac{a}{2} + b \right) + g(a+b) \frac{a+b}{2} = \\ = -13 \cdot 2 - 7 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \cdot 4 + 2 \cdot 6 \cdot 3 = 0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

c.) RAZРЕZ V D IN E



$\sum X: E_x + D_x = 0$

$\sum Z: E_z + D_z = -g(a+b) - A_z$

$\sum M^K: E_x \cdot b = 0 \quad [E_x = 0] \quad [D_x = 0]$

$\sum M^K: -D_z \cdot a - g \cdot (a+b) \frac{a+b}{2} = 0 \quad [CK]$

$D_z = -9 \text{ kN}$

$E_z = 4 \text{ kN}$

$$\begin{aligned} \text{KONTROLA: } E_z + D_z - B_z - g \cdot a = \\ = 4 - 9 + 13 - 8 = 0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

d.) NOTRANJE SILE PO POLJIN

POLJE AE



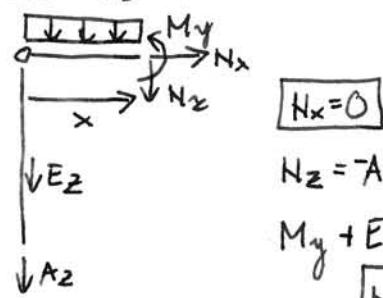
$$\begin{aligned} N_x = A_z = -7 \text{ kN} \\ N_z = 0 \\ M_y = 0 \end{aligned}$$

POLJE AK



$$\begin{aligned} N_x = A_z + E_z = -3 \text{ kN} \\ N_z = 0 \\ M_y = 0 \end{aligned}$$

POLJE KD



$$N_x = 0$$

$$N_z = -A_z - E_z - g x$$

$$M_y + E_z x + A_z x + g \frac{x^2}{2} = 0$$

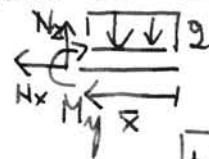
$$N_z = 3 - 2x$$

$$M_y = 3x - x^2 \quad M_y(4) = -4 \text{ kNm}$$

$$M_y' = 3 - 2x$$

$$M_y(1.5) = 2.25 \text{ kNm} \quad (\text{extrem})$$

POLJE DC (z derme)



$$N_x = 0$$

$$N_z = g \bar{x}$$

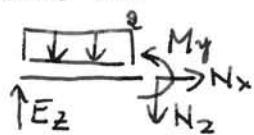
$$M_y = -g \frac{\bar{x}^2}{2}$$

$$N_z = 2 \bar{x}$$

$$M_y = -\bar{x}^2$$

$$M_y(2) = -4 \text{ kNm}$$

POLJE EL



$$N_x = 0$$

$$N_z = E_z - g x$$

$$M_y = E_z x - g \frac{x^2}{2}$$

$$N_z = 4 - 2x$$

$$M_y = 4x - x^2 \quad N_z(4) = -4 \text{ kN}$$

$$M_y(2) = 4 \text{ kNm} \quad (\text{extrem})$$

POLJE BL (z derme)



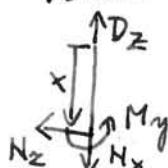
$$N_x = B_z$$

$$N_z = 0$$

$$M_y = 0$$

$$N_x = -13 \text{ kN}$$

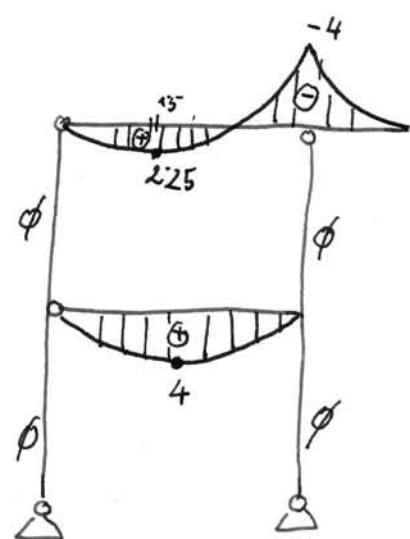
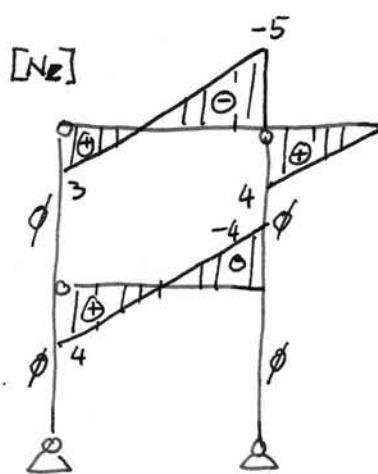
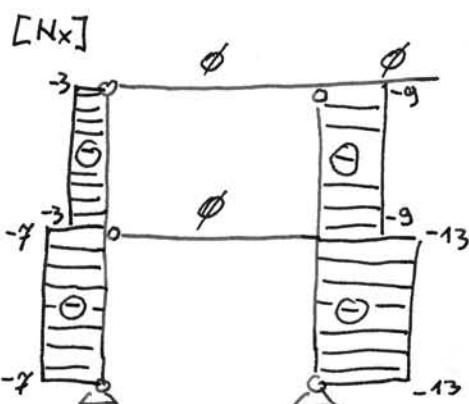
POLJE DL



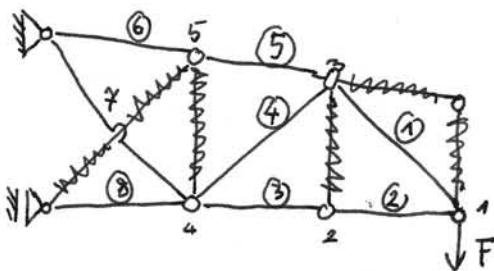
$$N_x = D_z = -9 \text{ kN}$$

$$N_z = M_y = 0$$

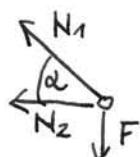
e.) DIAGRAMI



## 3. NALOGA



vzorč 1:



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2.5}{2} \quad \alpha =$$

$$N_1 \cdot \sin \alpha = F$$

$$N_2 + N_1 \cdot \cos \alpha = 0$$

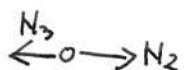
$$N_1 = \frac{F}{\sin \alpha}$$

$$N_1 = 6.4 \text{ kN}$$

$$N_2 = -F \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

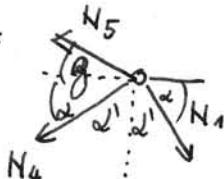
$$N_2 = -4 \text{ kN}$$

vzorč 2:



$$N_3 = N_2 = -4 \text{ kN}$$

vzorč 3:



$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{2}{2.5}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1.5}{6}$$

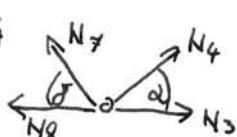
$$N_4 \cdot \cos \alpha + N_5 \cos \beta = N_1 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$N_4 \sin \alpha - N_5 \sin \beta = -N_1 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

$$N_4 = -4.27 \text{ kN}$$

$$N_5 = 6.87 \text{ kN}$$

vzorč 4:



$$\operatorname{tg} \delta = \frac{3.5}{2}$$

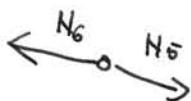
$$N_8 \cdot \sin \delta = -N_3 \sin \alpha$$

$$N_8 = N_3 + N_4 \cos \alpha - N_7 \cos \delta$$

$$N_8 = 3.84 \text{ kN}$$

$$N_8 = -8.57 \text{ kN}$$

vzorč 5:

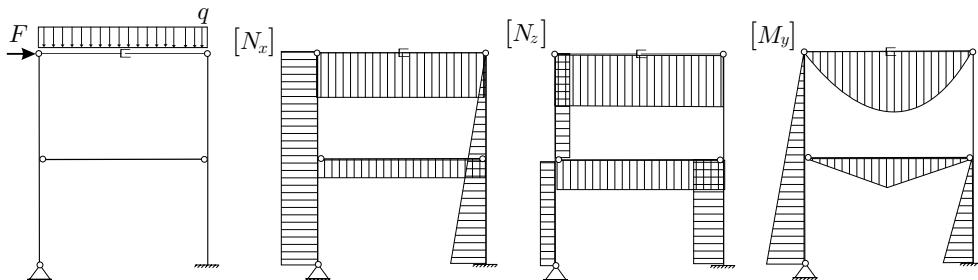


$$N_6 = N_5$$

$$N_6 = 6.87 \text{ kN}$$

RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Janezek je na izpitu iz statike padel. Njegovi diagrami so polni napak. Pomagaj Janezku in poišči (BREZ RAČUNANJA) vse napake v spodnjih diagramih! (OBVEZNA NALOGA! 25%)

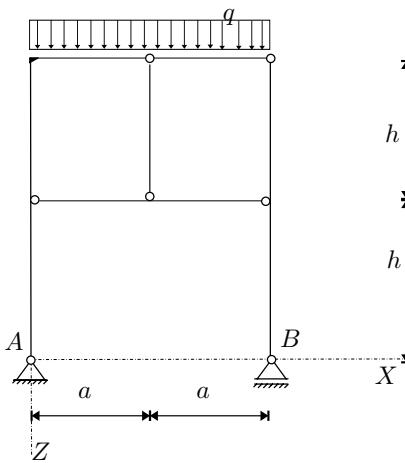


2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x$ ,  $N_z$ ,  $M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami! (OBVEZNA NALOGA! 50%)

Podatki:  $a = 2 \text{ m}$ ,  $h = 3 \text{ m}$ ,

$q = 9 \text{ kN/m}$ .

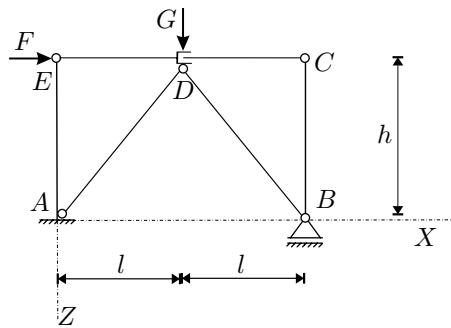
(OBVEZNA NALOGA! 45%)



3. Za konstrukcijo na sliki izračunajte reakcije, sile v palicah in sile v vezeh! (25%)

Podatki:  $l = 3 \text{ m}$ ,  $h = 3 \text{ m}$ ,

$F = 5 \text{ kN}$ ,  $G = 10 \text{ kN}$ .



TEORETIČNI DEL IZPITA:

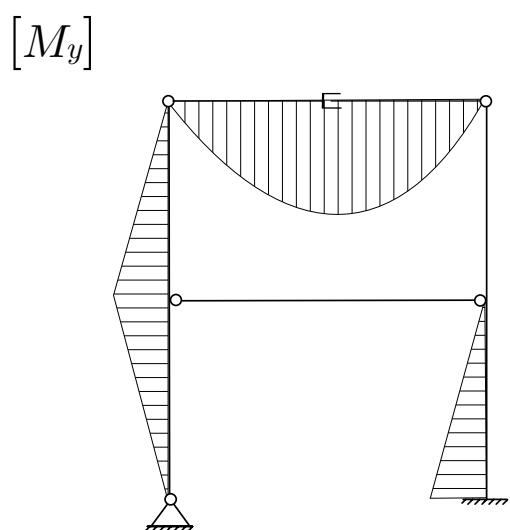
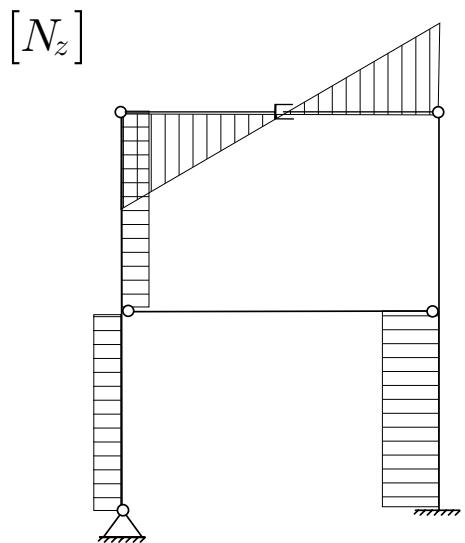
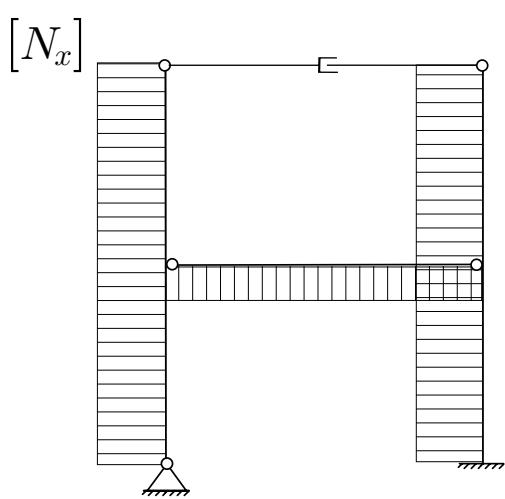
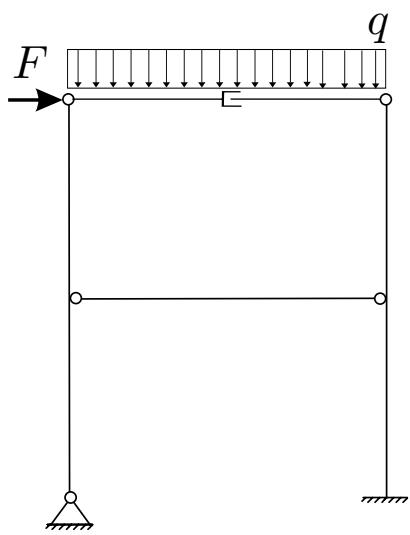
Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanji jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Vzporedna prestavitev sile! Kako lahko nadomestimo silo in moment, ki sta med seboj pravokotna? Odgovor utemelji! Odgovora ilustrirajte za ravninski primer!

2. Kdaj govorimo o statično določenih oziroma statično nedoločenih linijskih konstrukcijah? Odgovor konkretizirajte z značilnimi primeri!

3. Opišite splošni in posebni postopek za določanje reakcij in sil v vezeh statično določenih linijskih konstrukcij! Opišite vse prednosti in slabosti obeh postopkov! Odgovor ilustrirajte z značilnimi primeri!

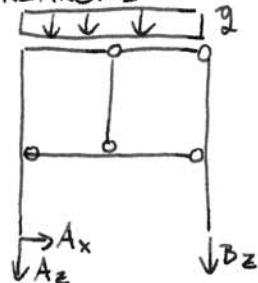
1. Naloga: PRAVILNI DIAGRAMI



## 2. NALOGA

a.)  $\tilde{m}_{ps} = 5 \cdot 3 - 2 - 1 - 4 \cdot 2 - 4 = 0$

b.) REAKCIJE



$$\sum X: A_x = 0$$

$$\sum Z: A_z + B_z + g \cdot 2a = 0$$

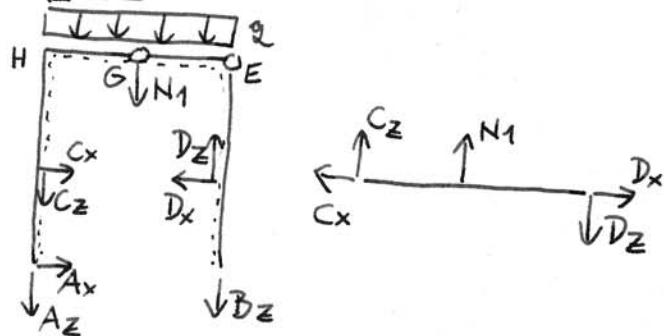
$$\sum M^A: -B_z \cdot 2a - g \cdot 2a \cdot a = 0$$

$$A_x = 0$$

$$A_z = -18 \text{ kN}$$

$$B_z = -18 \text{ kN}$$

c.) RAZREZ



$$\sum M^E: D_x = 0$$

$$\sum M^G: -B_z \cdot a + D_z \cdot x - g \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$$

$$D_z = -9 \text{ kN}$$

$$\sum M^C: -2a \cdot D_z + a \cdot N_1 = 0$$

$$N_1 = -18 \text{ kN}$$

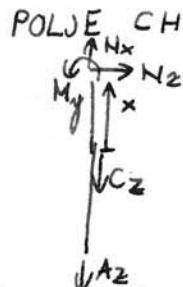
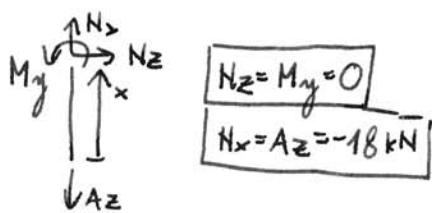
$$\sum X: C_x = D_x = 0$$

$$\sum Z: C_z = D_z - N_1$$

$$C_z = 9 \text{ kN}$$

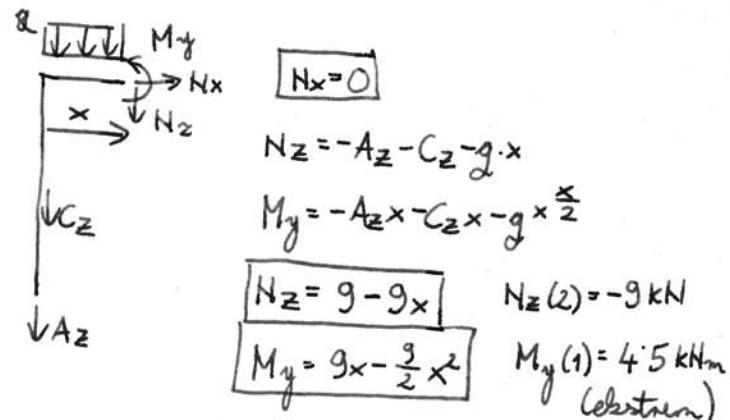
d.) NOTRANJE SILE PO POLJIH

POLJE AC

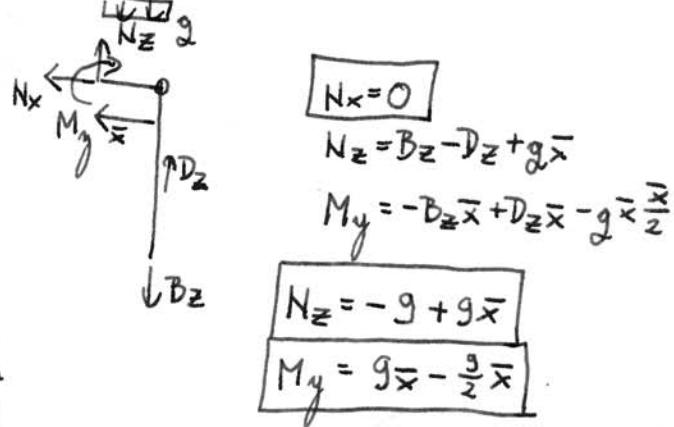


Torem enakovredno je za polji BD in DE

polje HG



POLJE EG (z desne)



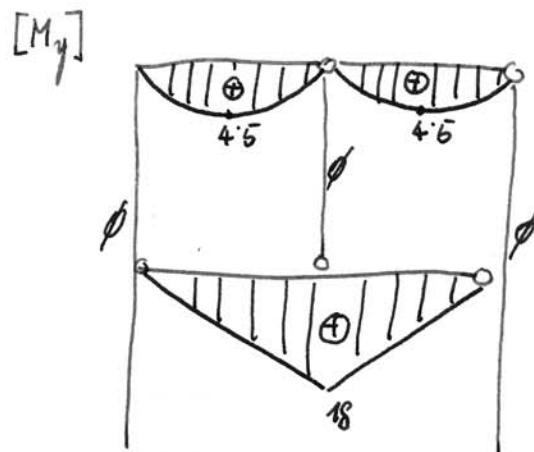
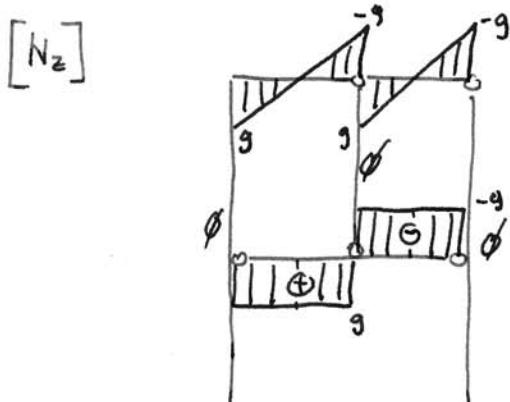
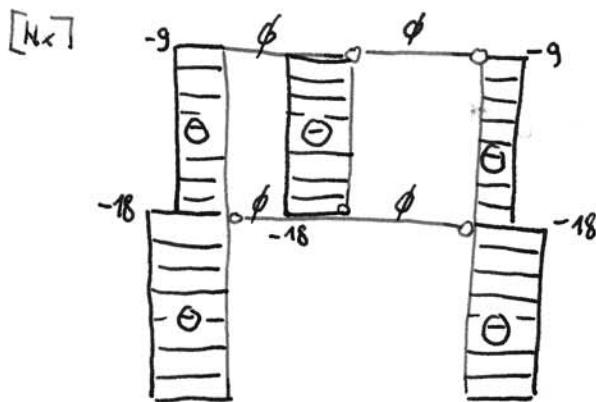
POLJE CN<sub>1</sub>

$$\begin{aligned} N_x &= 0 \\ N_z &= C_z \\ M_y &= C_z \cdot x \\ N_z &= 9 \text{ kN} \\ M_y &= 9x \quad M_y(z) = 18 \text{ kNm} \end{aligned}$$

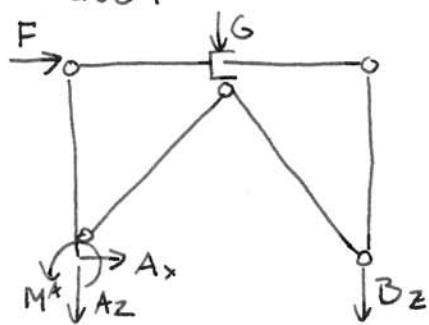
POLJE DN<sub>1</sub> (z desne)

$$\begin{aligned} N_x &= 0 \\ N_z &= D_z = -9 \text{ kN} \\ M_y &= -D_z \bar{x} \quad M_y = 9\bar{x} \end{aligned}$$

e.) DIAGRAMI



## 3. NALOGA



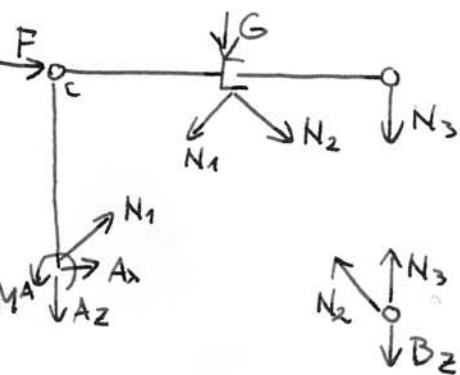
$$\sum X: A_x + F = 0$$

$$A_x = -5 \text{ kN}$$

$$\sum Z: A_z + B_z = -G$$

$$\sum M_A: M_A - B_z \cdot 6 = G \cdot 3 + F \cdot 3$$

$$\begin{aligned} B_z &= -5 \text{ kN} \\ A_z &= -5 \text{ kN} \end{aligned}$$



$$N_2 = 0$$

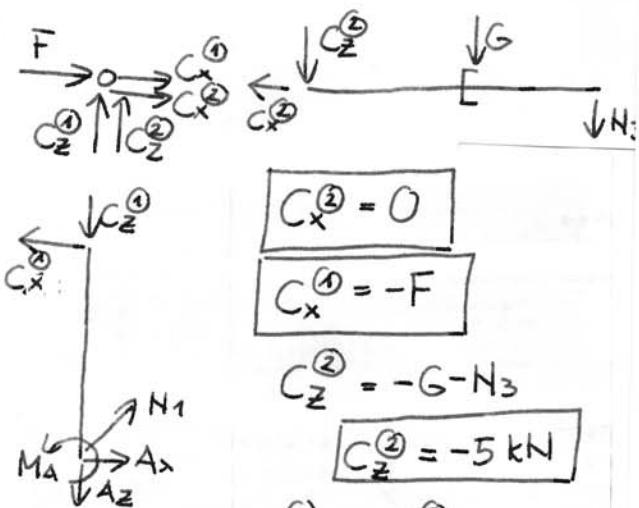
$$N_1 = 0$$

$$\sum M_{AC}^C: A_x \cdot 3 + N_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 3 + M_A = 0$$

$$M_A = 15 \text{ kNm}$$

ostaneta te verci pri silah F in G :

pri F :



$$C_x^{(2)} = 0$$

$$C_x^{(1)} = -F$$

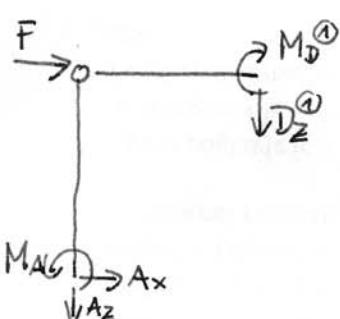
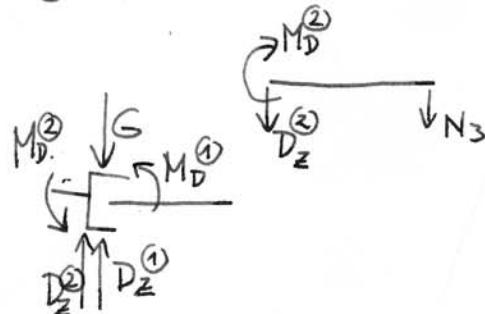
$$C_z^{(2)} = -G - N_3$$

$$C_z^{(2)} = -5 \text{ kN}$$

$$C_z^{(1)} = -C_z^{(2)}$$

$$C_z^{(1)} = 5 \text{ kN}$$

PRI G :



$$D_z^{(2)} = -N_3$$

$$D_z^{(2)} = 5 \text{ kN}$$

$$-M_D^{(2)} - N_3 \cdot 3 = 0$$

$$M_D^{(2)} = 15 \text{ kNm}$$

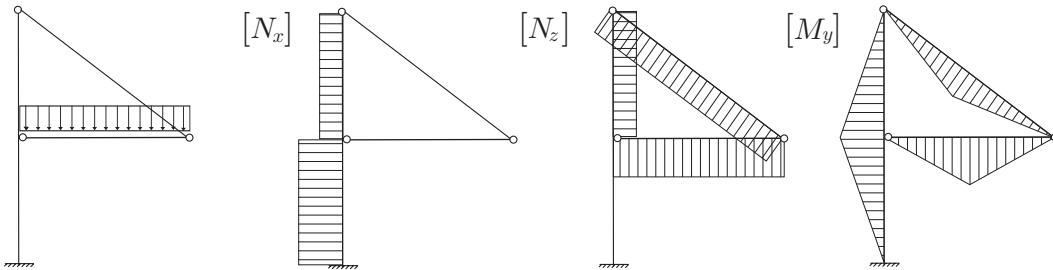
$$M_D^{(1)} = -M_D^{(2)}$$

$$D_z^{(1)} = G - D_z^{(2)}$$

$$D_z^{(1)} = 5 \text{ kN}$$

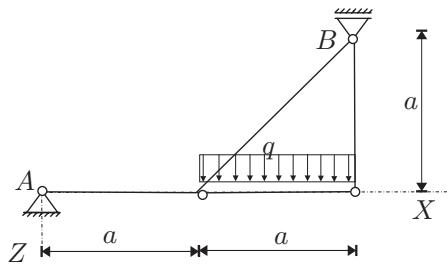
RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Janezek je na izpitu iz statike padel. Njegovi diagrami so polni napak. Pomagaj Janezku in poišči (BREZ RAČUNANJA) vse napake v spodnjih diagramih! (OBVEZNA NALOGA! 25%)



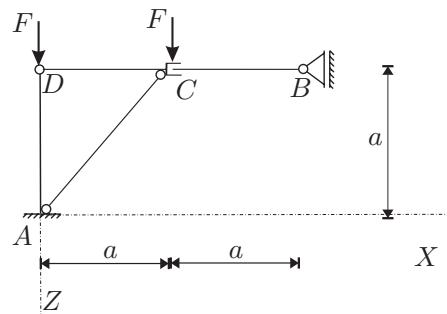
2. Za konstrukcijo na sliki izračunajte stopnjo statične nedoločenosti, reakcije in notranje statične količine ( $N_x$ ,  $N_z$ ,  $M_y$ )! Rezultate notranjih statičnih količin prikažite z diagrami! (OBVEZNA NALOGA! 50%)

Podatki:  $a = 2 \text{ m}$ ,  $q = 5 \text{ kN/m}$ .



3. Za konstrukcijo na sliki izračunajte reakcije in sile v vezeh! (25%)

Podatki:  $a = 3 \text{ m}$ ,  $F = 5 \text{ kN}$ .



TEORETIČNI DEL IZPITA:

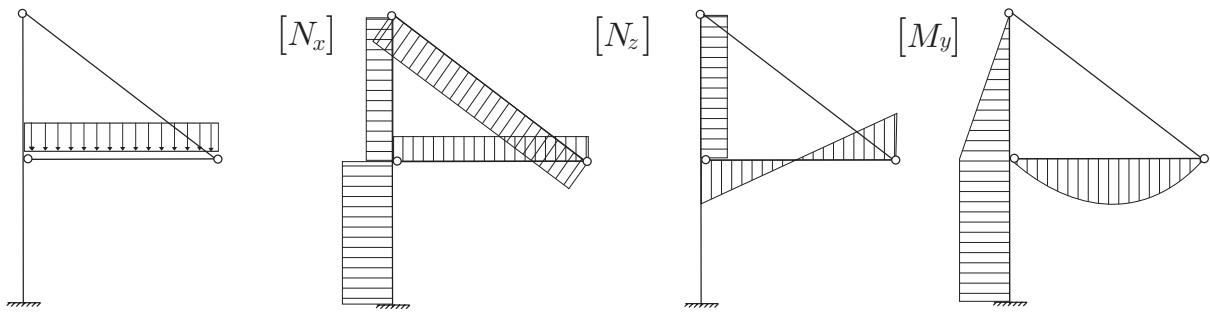
Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanji jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Definicija števila prostostnih stopenj (ilustracija z značilnimi primeri: gibanja delca po ravnini, gibanje  $N$  delcev po ravnini, gibanje togega telesa v prostoru, gibanje  $N$  togih teles, ki imajo skupno poljubno vez)!

2. Izpeljite ravnotežne pogoje za sile, ki delujejo na sistem delcev s togimi vezmi! Pokaži, da sta izpeljana ranotežna pogoja potrebna in zadostna pogoja za ravnotežje sistema sil na sistemu sil s togimi vezmi!

3. Račun osnih sil v ravninskem paličju! (Opišite vse metode in jih ilustrirajte s primeri! Zapišite samo ustrezne ravnotežne enačbe, brez računa!)

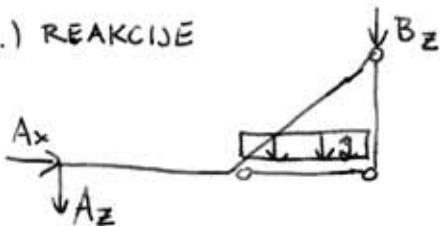
1. Naloga: PRAVILNI DIAGRAMI



## 2. HALOGA

a.)  $\tilde{m}_{ps} = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = 0$

b.) REAKCIJE



$$Ax = 0$$

$$Az + Bz + g \cdot a = 0$$

$$-Bz \cdot 2a - g \cdot a \cdot \frac{3a}{2} = 0$$

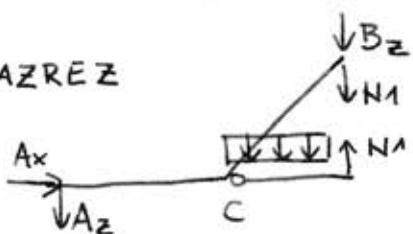
$$A_z = -\frac{3a}{4}$$

$$B_z = -\frac{3a}{4}$$

$$A_z = -2.5 \text{ kN}$$

$$B_z = -7.5 \text{ kN}$$

c.) RAZРЕZ

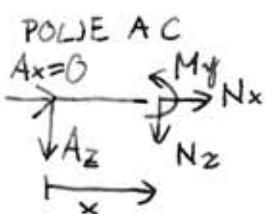


$$\sum M_C: N_1 \cdot a - g \cdot a \frac{a}{2} = 0$$

$$N_1 = g \frac{a}{2}$$

$$N_1 = 5 \text{ kN}$$

d.) NOTRANJE SILE PO POLJIH



$$N_x = 0$$

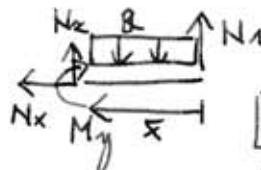
$$N_z = -A_z$$

$$M_y = -A_z \cdot x$$

$$M_y = +2.5x$$

$$M_y(2) = +5 \text{ kN m}$$

POLJE N1C (z derme)



$$N_z = -N_1 + g \bar{x}$$

$$M_y = N_1 \bar{x} - g \bar{x} \frac{\bar{x}}{2}$$

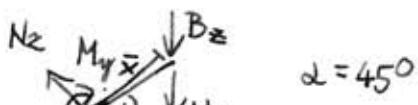
$$N_z = -5 + 5\bar{x}$$

$$M_y = 5\bar{x} - 2.5\bar{x}^2$$

M<sub>y</sub>(1) = 2.5 kN

extrem

POLJE CB (z derme)



$$\alpha = 45^\circ$$

$$Nx + B_z \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + N_z \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$N_z - B_z \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_z \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$-M_y - B_z \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - N_z \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \bar{x} = 0$$

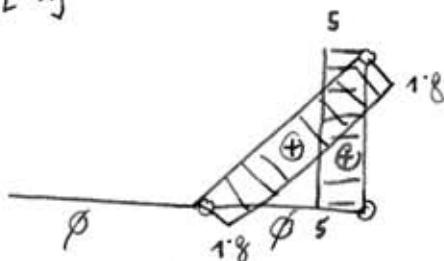
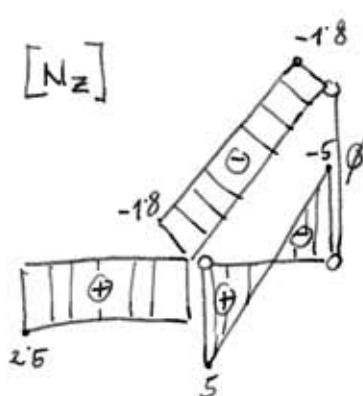
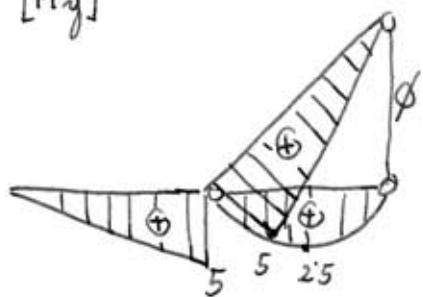
$$N_x = 1.77 \text{ kN}$$

$$N_z = -1.77 \text{ kN}$$

$$M_y = 1.77 \bar{x}$$

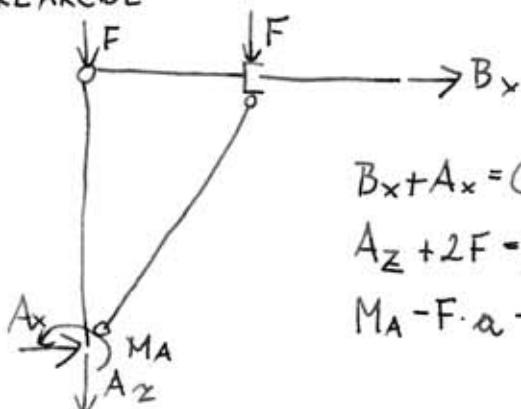
$$M_y(2\sqrt{2}) = 5 \text{ kN m}$$

e.) DIAGRAMI

[N<sub>x</sub>][N<sub>z</sub>][M<sub>y</sub>]

## 3. NALOGA

a.) REAKCUE



$$B_x + A_x = 0$$

$$A_z + 2F = 0$$

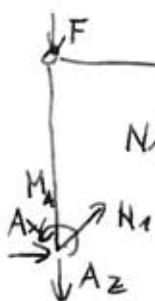
$$M_A - F \cdot a - B_x \cdot a = 0$$

$$A_x = 0$$

$$A_z = -10 \text{ kN}$$

$$M_A = -15 \text{ kN}$$

b.) DODATNE ENACBE: palica AC



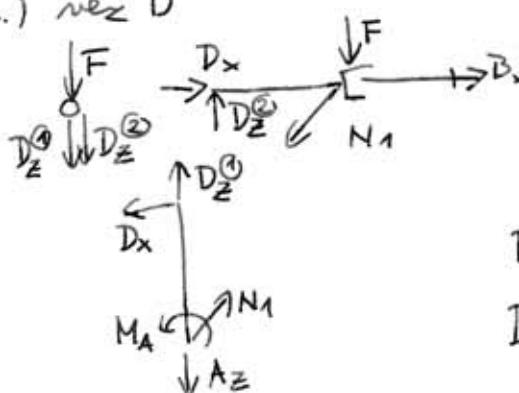
$$\sum M_{BD}^D : -F \cdot a - N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a = 0$$

$$N_1 = -F \cdot \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\sum X : B_x = 0$$

$$N_1 = -7.07 \text{ kN}$$

c.) vez D



$$D_x - N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$D_x = -5 \text{ kN}$$

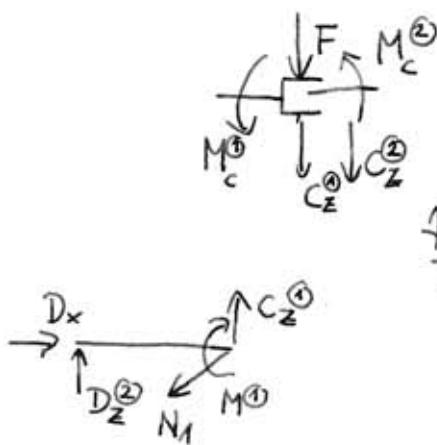
$$D_z^{(1)} = A_z - N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -10 + 5 = -5 \text{ kN}$$

$$D_z^{(2)} = -F - D_z^{(1)} = 0$$

$$D_z^{(1)} = -5 \text{ kN}$$

$$D_z^{(2)} = 0$$

d.) vez C



$$C_z^{(2)} = 0 \quad M_c^{(2)} = 0$$

$$C_z^{(1)} = -F - C_z^{(2)}$$

$$C_z^{(1)} = -5 \text{ kN}$$

$$M_c^{(1)} = -M_c^{(2)}$$

$$M_c^{(1)} = 0$$