

Statistika z elementi informatike
Osnove verjetnostnega računa in statistike
12.9.2003

1. Naloga: Slučajni vektor

Gostota verjetnosti slučajnega vektorja je podana z naslednjo enačbo:

$$f_{XY}(x, y) = A(x^2 - x^3) \quad \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

Narišite zalogo vrednosti slučajnega vektorja X, Y . Določite vrednost parametra A . Določite verjetnost, da je $X > Y$ (najprej v risbi za zalogo vrednosti označite območje, ki ustreza temu pogoju, nato integrirajte po tem območju).

2. Naloga: Odrezana porazdelitev (pogojna porazdelitev)

Obravnavajmo slučajno spremenljivko Y , ki je porazdeljena po Gumbelovi porazdelitvi. Vse potrebne formule in graf gostote verjetnosti ste dobili na priloženem listu. Kot veste, zaloga vrednosti Gumbelove porazdelitve zajema vsa realna števila. Pogosto je narava spremenljivke taka, da njena vrednost ne more biti negativna. Tedaj se lahko odločimo, da vpeljemo odrezano porazdelitev. To pomeni, da enostavno zmanjšamo zalogo vrednosti na območje, ki se nam zdi primerno.

Izpeljite gostoto verjetnosti $f_X(x)$ odrezane Gumbelove porazdelitve, tako da bo zaloga vrednosti nove slučajne spremenljivke X obsegala le pozitivna realna števila. Podatki: $\alpha = 0.01$, $u = 100$.

Na priloženi list v graf gostote verjetnosti Gumbelove porazdelitve narišite še graf gostote verjetnosti odrezane Gumbelove porazdelitve.

Namig: Pri zapisu gostote $f_X(x)$ morate poskrbeti, da je

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1.$$

3. Naloga: Investitorji stanovanj

Po podatkih, objavljenih v Statističnem letopisu Republike Slovenije 2002 (Statistični urad Republike Slovenije), so v letu 2000 fizične in pravne osebe investirale v različne stanovanjske enote. Podatki o številu novozgrajenih stanovanj so prikazani v naslednji preglednici.

Investitor	1-sobno	2-sobno	3-sobno	4-sobno	5 ali več-sobno
Pravne osebe	534	560	328	124	31
Fizične osebe	90	390	881	1388	2134

Ugotovite, ali status investitorja statistično značilno vpliva na velikost stanovanj. Tveganje je $\alpha = 0.05$.

4. Naloga: Preizkušanje domnev

Preizkusite domnevo, da je srednja vrednost porabe lesa iglavcev v gradbeništvu po letu 1995 nižja od porabe v letu 1990. Tveganje naj bo pet odstotno.

Podatki o porabi lesa iglavcev (v m³) so v naslednji preglednici (vir: Statistični letopis RS 2002, SURS).

1990	1995	1996	1997	1998	1999	2000
65673	34366	36841	37189	76403	53246	55863

5. Naloga: Uganka – Simpsonov paradoks

Na neki univerzi so ugotavljali, ali pri vpisu nanjo obstaja diskriminacija po spolu. Na prvi pogled je bila diskriminacija očitna, saj je bila uspešnost pri fantih 83 %, pri dekletih pa le 17 %. Analiza po smereh (tehnična smer in humanistična smer), pa je pokazala, da diskriminacija tam sploh ni bilo. Uspešnost pri fantih in puncah na obeh smereh je bila identična. Je to možno? Poskusite pripraviti primer, s katerim bi ilustrirali ta paradoks.

Gumbelova porazdelitev

Porazdelitvena funkcija:

$$F_Y(y) = e^{-e^{-\alpha(y-u)}}, \quad -\infty < y < \infty.$$

Gostota verjetnosti

$$f_Y(y) = \alpha e^{-\alpha(y-u)-e^{-\alpha(y-u)}}, \quad -\infty < y < \infty.$$

Graf gostote verjetnosti: