

Statistika z elementi informatike

Osnove verjetnostnega računa in statistike

18.10.2000

1. Naloga: Odsekoma enakomerna porazdelitev

Slučajna spremenljivka X ima gostoto verjetnosti enako

$$f_X(x) = \begin{cases} 0.5 & \dots 0 \leq x \leq 1 \\ 0.25 & \dots 2 \leq x \leq 4 \\ 0 & \dots \text{drugje} \end{cases}$$

Določite porazdelitveno funkcijo slučajne spremenljivke X , njeni srednji vrednosti in varianco. Narišite grafa gostote verjetnosti in porazdelitvene funkcije.

2. Naloga: Enakomerno porazdeljen slučajni vektor

Tina in Katja sta se dogovorili, da se bosta (morda) srečali na Tromostovju danes med 12:00 in 13:00 uro. Dogovorili sta se tudi, da se bosta čakali največ četrt ure. Vzemimo, da sta časa njunih prihodov na dogovojeno mesto enakomerno porazdeljeni neodvisni slučajni spremenljivki T in K . Izračunajte verjetnost, da sta se Tina in Katja srečali.

(Namig: Izračunati torej morate, kolikšna je verjetnost, da je slučajna spremenljivka $X = K - T$ po absolutni vrednosti manjša od 0.25.)

3. Naloga: Karakteristična vrednost

Karakteristična vrednost trdnosti betona, ki jo gradbeniki-konstruktorji uporabljajo pri projektiranju konstrukcij, je definirana kot 5% kvantil x_α trdnosti betona X ($\alpha = 0.05$). Kvantil je definiran kot tista vrednost x_α , za katero velja, da je verjetnost, da je slučajna spremenljivka manjša od nje, enaka α :

$$P[X < x_\alpha] = F_X(x_\alpha) = \alpha \quad \rightarrow \quad x_\alpha = F_X^{-1}(\alpha).$$

Vzemimo, da je trdnost betona X slučajna spremenljivka s srednjo vrednostjo $m_X = 30 \text{ MPa}$ in standardno deviacijo $\sigma_X = 6 \text{ MPa}$.

- Določite karakteristično vrednost x_α betona za primer, da je slučajna spremenljivka X porazdeljena normalno.
- Določite karakteristično vrednost x_α betona za primer, da je slučajna spremenljivka X porazdeljena lognormalno.

4. Naloga: Preverjanje hipotez

Dva laboratorija preizkušata trdnosti betona. Ugotovite, ali je srednja vrednost za prvi laboratorij večja od srednje vrednosti za drugi laboratorij. Predpostavimo, da sta varianci za oba laboratorija enaki, a neznani. Vzemimo, da je stopnja tveganja $\alpha = 5\%$.

Laboratorij 1	28.329	28.386	31.803	29.173	31.973	23.323
Laboratorij 2	26.409	28.395	24.643	22.983	22.023	26.756

(Namig: Primerjati morate srednji vrednosti za dva vzorca. Opraviti morate enostranski test!)