

Dejan Zupan

IZPITNE NALOGE IN REŠITVE NALOG S POSTOPKOM IZ PREDMETA TRDNOST
NA VISOKOŠOLSLEM ŠTUDIJU GRADBENIŠTVA

Igor Planinc

VPRAŠANJA IZ TEORIJE PRI PREDMETU TRDNOST NA VISOKOŠOLSLEM
ŠTUDIJU GRADBENIŠTVA

ŠTUDIJSKO LETO: 2004/05

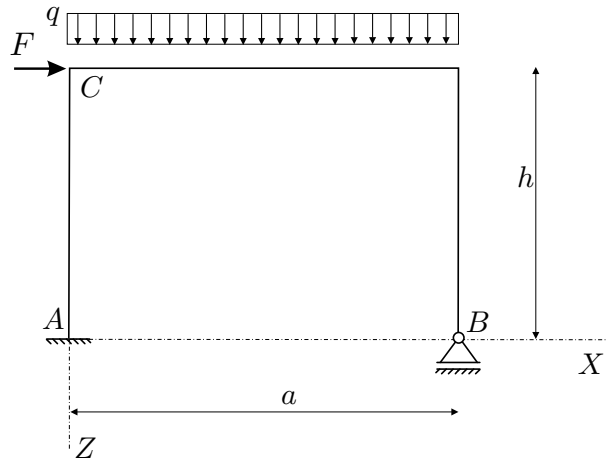
TRDNOST (VSŠ) - 1. IZPITNI ROK (27. 01. 2005)

RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Za konstrukcijo na sliki izračunajte notranje statične količine in horizontalni pomik v točki C !

(OBVEZNA NALOGA! 40%)

Podatki: $a = 5 \text{ m}$, $h = 2 \text{ m}$,
 $q = 20 \text{ kN/m}$, $F = 10 \text{ kN}$,
 $E = 3500 \text{ kN/cm}^2$, $J_y = 90000 \text{ cm}^4$,
 $A_x = 1200 \text{ cm}^2$.

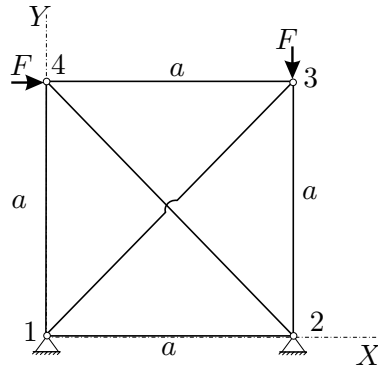


2. Za paličje na sliki smo po metodi pomikov že določili pomike vozlišč:

$u_{3x} = 0.03376 \text{ m}$,
 $u_{3y} = -0.01990 \text{ m}$,
 $u_{4x} = 0.03866 \text{ m}$,
 $u_{4y} = 0.01010 \text{ m}$.

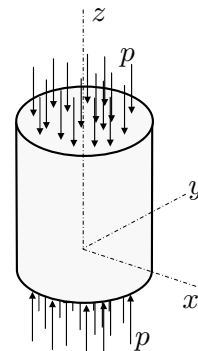
Določite reakcije v podporah A in B ! Nasvet: pripraviti je potrebno le del tangente matrike, ki ga potrebujemo za račun reakcij. (30%)

Podatki: $a = 3 \text{ m}$, $F = 10 \text{ MN}$,
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $A = 0.01 \text{ m}^2$.



3. Valjasti vzorec iz homogenega materiala višine $h = 4 \text{ cm}$ in polmera $r = 3 \text{ cm}$ obremenimo na zgornji in spodnji ploskvi z enakomerno normalno površinsko obtežbo velikosti $p = 10 \text{ kN/cm}^2$, kot kaže slika, in segrejemo za 30 K ! Določite deformacijski tenzor in spremembo polmera valja! (30%)

Podatki: $\nu = 0.2$, $E = 2.1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$, $\alpha = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

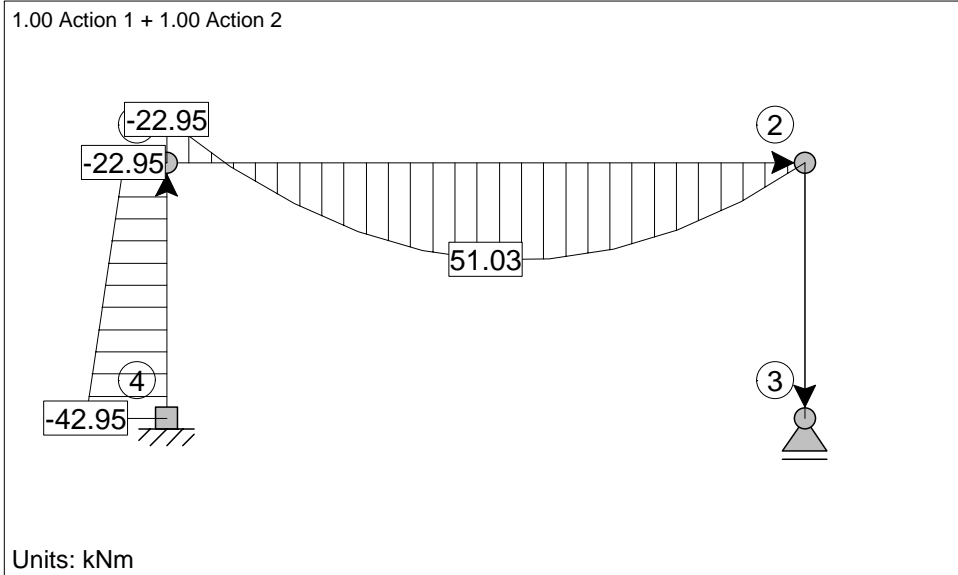


TEORETIČNI DEL IZPITA:

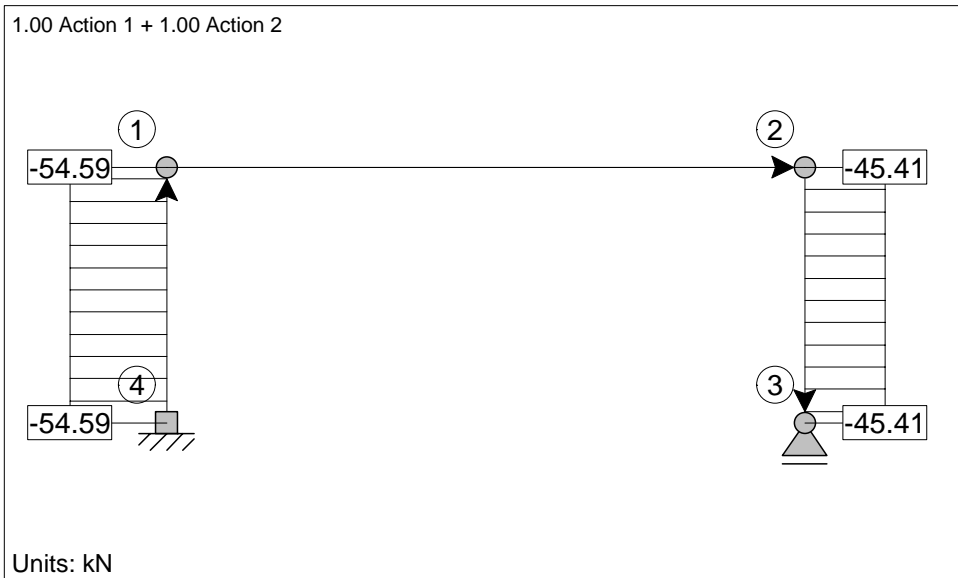
Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanja jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Kdaj je napetostno stanje v delcu telesa določeno?
2. Opišite osnovne predpostavke pri upogibu z osno silo!
3. Napišite in komentirajte enačbe (pomen oznak) za Eulerjeve uklonske sile! Enačbo za določitev uklonske sile izpeljite za prostoležeči nosilec!

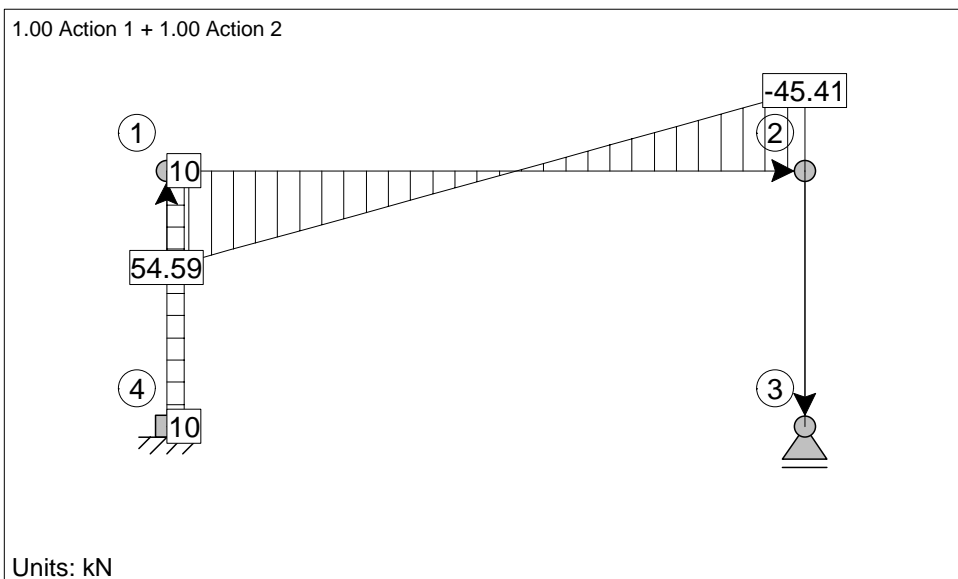
LC2: Load case 2: Bending Moments My



LC2: Load case 2: Axial Forces Fx



LC2: Load case 2: Shear Forces Fz



LC2: Load case 2: Nodal Displacements

Node	ux [cm]	uz [cm]	fiy [deg]
1:	0.23035	0.0025995	-0.11986
2:	0.23035	0.0021624	0.15474

Node	ux [cm]	uz [cm]	fiy [deg]
3:	0.77049	-	0.15474

TABELA DOLŽIN, KOSINUSOV IN OSNIH TOGOSTI ZA PODANO PALIČJE

palica	vozel1	vozel2	dolzina	cos(a_ij)	cos(b_ij)	k_ij
1	1	2	3.000	1.000	0.000	666.667
2	1	3	4.243	0.707	0.707	471.405
3	1	4	3.000	0.000	1.000	666.667
4	2	3	3.000	0.000	1.000	666.667
5	2	4	4.243	-0.707	0.707	471.405
6	3	4	3.000	-1.000	0.000	666.667

TOGOSTNA MATRIKA PALIČJA

-902.369	-235.702	666.667	0.000	235.702	235.702	0.000	0.000
-235.702	-902.369	0.000	0.000	235.702	235.702	0.000	666.667
666.667	0.000	-902.369	235.702	0.000	0.000	235.702	-235.702
0.000	0.000	235.702	-902.369	0.000	666.667	-235.702	235.702
235.702	235.702	0.000	0.000	-902.369	-235.702	666.667	0.000
235.702	235.702	0.000	666.667	-235.702	-902.369	0.000	0.000
0.000	0.000	235.702	-235.702	666.667	0.000	-902.369	235.702
0.000	666.667	-235.702	235.702	0.000	0.000	235.702	-902.369

POMIKI IN REAKCIJE VOZLIŠČ DANEGA PALIČJA

vozel	u_x	u_y	R_x	R_y
1	0.00000	0.00000	-3.267	-10.000
2	0.00000	0.00000	-6.733	20.000
3	0.03376	-0.01990		
4	0.03866	0.01010		

TABELA OSNIH SIL ZA PODANO PALIČJE

palica	vozel1	vozel2	N_ij
1	1	2	0.000
2	1	3	4.621
3	1	4	6.733
4	2	3	-13.267
5	2	4	-9.522
6	3	4	-3.267

TRDNOST (VŠŠ) - 2. IZPITNI ROK (07. 02. 2005)

RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Za konstrukcijo na sliki izračunajte notranje statične količine in vertikalni pomik v točki D ! Vpliva osnih in prečnih sil ni potrebno upoštevati.

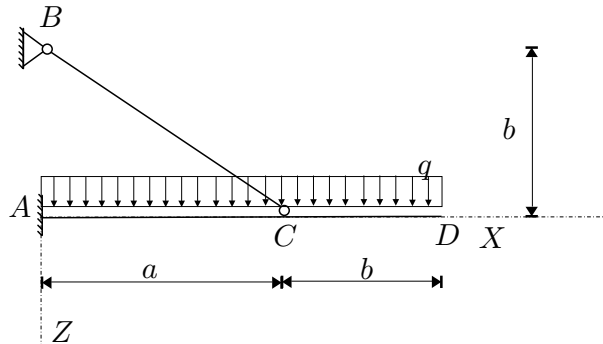
(OBVEZNA NALOGA! 40%)

Podatki: $a = 4\text{ m}$, $b = 2\text{ m}$,

$q = 10\text{ kN/m}$,

$E = 20000\text{ kN/cm}^2$, $J_y = 1250\text{ cm}^4$,

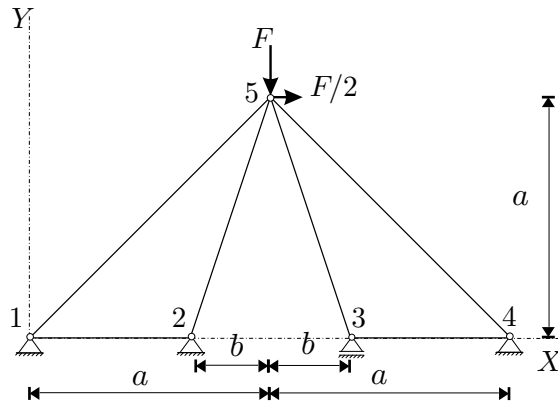
$A_x = 150\text{ cm}^2$.



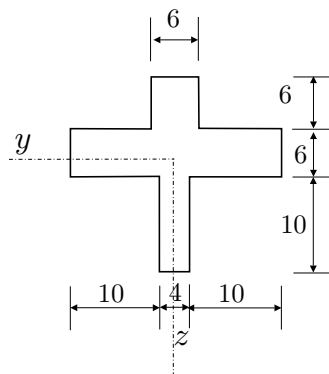
2. Za paličje na sliki določite pomike vozlišč po metodi pomikov! Nasvet: določiti je treba zgolj pomike, pri čemer je veliko prostostnih stopenj podprtih. (30%)

Podatki: $a = 3\text{ m}$, $b = 1\text{ m}$, $F = 10\text{ MN}$,

$E = 2 \cdot 10^5\text{ MPa}$, $A = 0.01\text{ m}^2$.



3. Prerez na sliki je obremenjen s prečno silo $N_z = 20\text{ kN/m}$. Določite nekaj značilnih vrednosti in skicirajte diagram strižne napetosti σ_{xz} v tem prerezu! (30%) Podatki za prerez so v centimetrih.

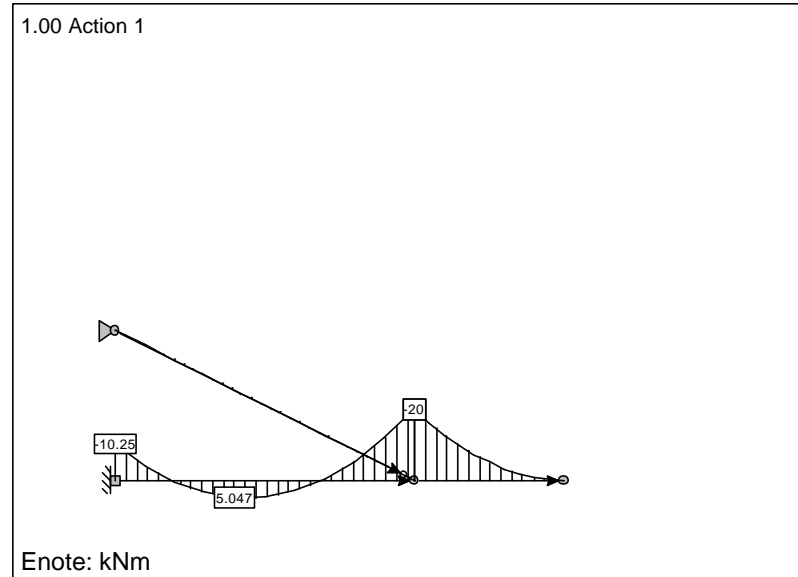


TEORETIČNI DEL IZPITA:

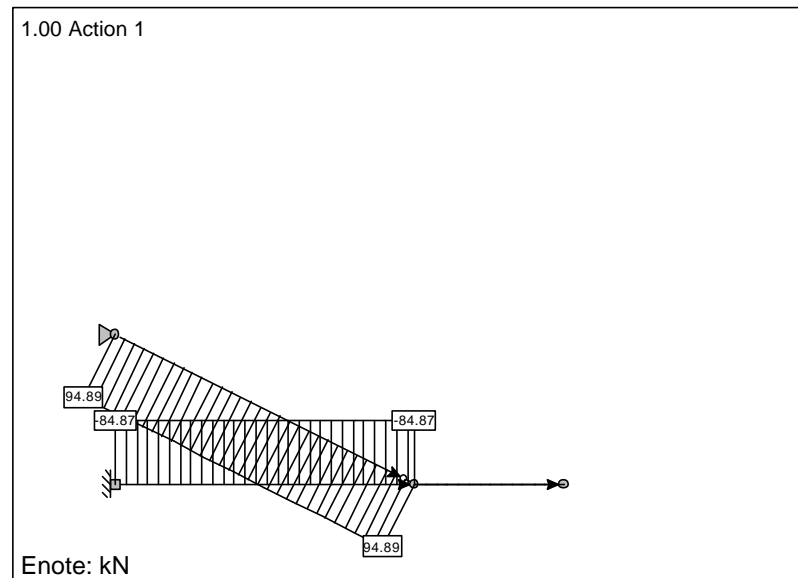
Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanja jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Opišite tenzor velikih in malih deformacij! Pojasnite geometrijski pomen komponent tenzorja malih deformacij!
2. Zapišite in pojasnite zvezo med normalno napetostjo in vzdolžno deformacijo pri upogibu z osno silo! Normalno napetost izrazite tudi z notranjimi silami v prečnem prerezu nosilca! Predpostavite, da sta y in z glavni vztrajnostni osi.
3. Napišite in komentirajte enačbe (pomen oznak) za Eulerjeve uklonske sile! Enačbo za določitev Eulerjeve uklonske sile izpeljite za prostoležeči nosilec!

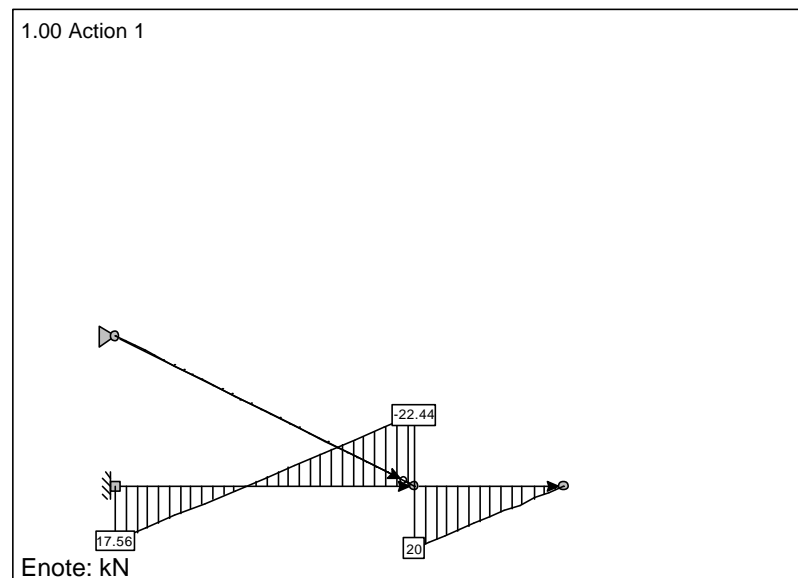
LC1: Load case 2: Upogibni moment My



LC1: Load case 2: Osna sila Fx



LC1: Load case 2: Preèna sila Fz



LC1: Load case 2: Vozlišeni pomiki

Voz.	ux [cm]	uz [cm]	fiy [deg]
1:	-	-	-0.0068665
3:	-0.011316	0.054263	-0.16445

Voz.	ux [cm]	uz [cm]	fiy [deg]
5:	-0.011316	1.4283	-0.47003

TABELA DOLŽIN, KOSINUSOV IN OSNIH TOGOSTI ZA PODANO PALIČJE

palica	vozel1	vozel2	dolzina	cos(a_ij)	cos(b_ij)	k_ij
1	1	2	2.000	1.000	0.000	1000.000
2	1	5	4.243	0.707	0.707	471.405
3	2	5	3.162	0.316	0.949	632.456
4	3	4	2.000	1.000	0.000	1000.000
5	3	5	3.162	-0.316	0.949	632.456
6	4	5	4.243	-0.707	0.707	471.405

TOGOSTNA MATRIKA PALIČJA

-1235.702	-235.702	1000.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
235.702	235.702								
-235.702	-235.702	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
235.702	235.702								
1000.000	0.000	-1063.246	-189.737	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
63.246	189.737								
0.000	0.000	-189.737	-569.210	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
189.737	569.210								
0.000	0.000	0.000	0.000	-1063.246	189.737	1000.000	0.000	0.000	0.000
63.246	-189.737								
0.000	0.000	0.000	0.000	189.737	-569.210	0.000	0.000	0.000	0.000
-189.737	569.210								
0.000	0.000	0.000	0.000	1000.000	0.000	-1235.702	235.702	0.000	0.000
235.702	-235.702								
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	235.702	-235.702	0.000	0.000
-235.702	235.702								
235.702	235.702	63.246	189.737	63.246	-189.737	235.702	-235.702	0.000	0.000
-597.896	0.000								
235.702	235.702	189.737	569.210	-189.737	569.210	-235.702	235.702	0.000	0.000
0.000	-1609.824								

POMIKI IN REAKCIJE VOZLIŠČ DANEGA PALIČJA

vozel	u_x	u_y	R_x	R_y
1	0.00000	0.00000	-0.502	-0.502
2	0.00000	0.00000	0.676	2.027
3	0.00165	0.00000		4.953
4	0.00000	0.00000	-5.173	3.522
5	0.00854	-0.00641		

TABELA OSNIH SIL ZA PODANO PALIČJE

palica	vozel1	vozel2	N_ij
--------	--------	--------	------

```
=====
  1      1      2      0.000
-----
  2      1      5      0.710
-----
  3      2      5     -2.136
-----
  4      3      4     -1.651
-----
  5      3      5     -5.221
-----
  6      4      5     -4.981
-----
```

3. naloga:

$$z_T = 9.47;$$

$$I_y^T = 4680\text{cm}^4$$

$$z^* \in [-9.47, -3.47] : S_y^* = 3z^{*2} - 269.2$$

$$z^* \in [-3.47, 2.53] : S_y^* = 12z^{*2} - 377.2$$

$$z^* \in [2.53, 12.53] : S_y^* = 2z^{*2} - 313.3$$

z^*	b^*	S_y^*	σ_{xz} [N/cm ²]
-9.47	6	0	0
-3.47	6	-233	166
-3.47	24	-233	41.5
0	24	-377.2	67.2
2.53	24	-300.5	53.5
2.53	6	-300.5	214
12.53	6	0	0

TRDNOST (VSŠ) - 1. IZREDNI IZPITNI ROK (18. 03. 2005)

RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Za konstrukcijo na sliki izračunajte notranje statične količine in zasuk v točki C! Vpliva osnih in prečnih sil ni potrebno upoštevati

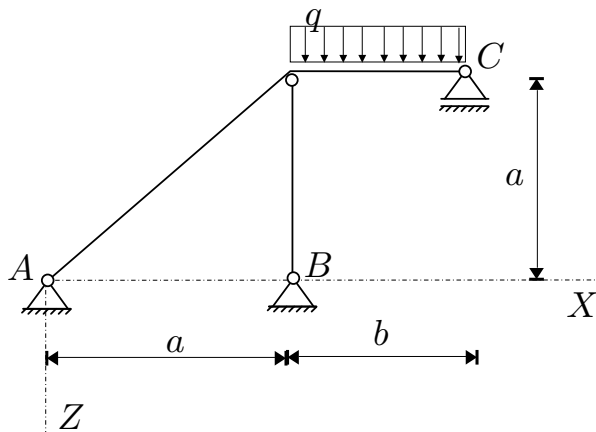
(OBVEZNA NALOGA! 40%)

Podatki: $a = 3 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$,

$q = 10 \text{ kN/m}$,

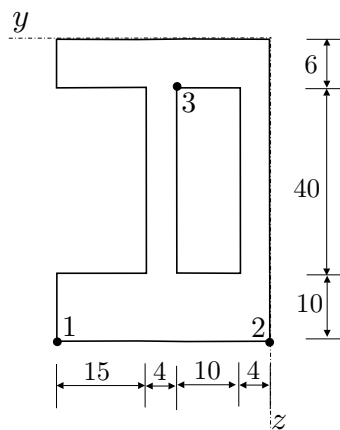
$E = 3200 \text{ kN/cm}^2$, $J_y = 67500 \text{ cm}^4$,

$A_x = 900 \text{ cm}^2$.



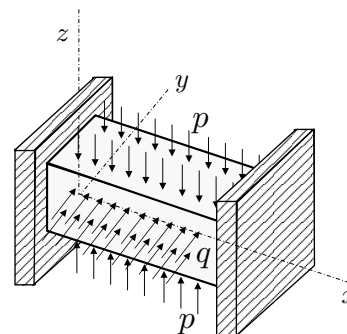
2. Izračunajte geometrijske karakteristike (A , y_T , z_T , I_y , I_z , I_{yz} , I_y^T , I_z^T , I_{yz}^T) prečnega prereza na sliki! Prerez je obremenjen z osno silo $N_x = 10 \text{ kN}$ in upogibnima momentoma $M_y = 20 \text{ kNm}$, $M_z = 5 \text{ kNm}$. Izrazite vzdolžne normalne napetosti σ_{xx} po prerezu ter izračunajte vrednosti σ_{xx} v točkah 1–3. (30%)

Podatki so v centimetrih.



3. Kvader je postavljen med dve togi plošči, kot kaže slika. Ploškvi z normalama \vec{e}_z in $-\vec{e}_z$ sta obremenjeni z enakomerno zvezno tlačno obtežbo $p = 5 \text{ kN/cm}^2$. Ploškvi z normalama \vec{e}_y in $-\vec{e}_y$ pa sta obremenjeni z enakomerno zvezno tlačno obtežbo $q = 10 \text{ kN/cm}^2$. Privzemimo, da je material izotropen in linearno elastičen. Določite napetostni tenzor! (30%)

Podatki: $\nu = 0.2$, $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$, $\alpha = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.



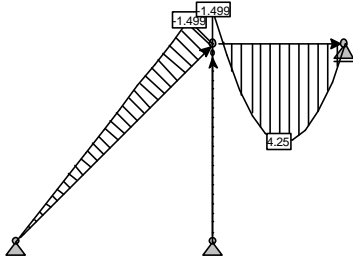
TEORETIČNI DEL IZPITA:

Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanji jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Kdaj je napetostno stanje v delcu telesa definirano?
2. Opišite metodo pomikov za primer ravninskega paličja! Opišite postopek sestavljanja togostne matrike konstrukcije! Kako upoštevamo robne pogoje? (Pomagajte si s preprostim paličjem!)
3. Napišite in komentirajte enačbe (pomen oznak) za Eulerjeve uklonske sile! Enačbo za določitev uklonske sile izpeljite za prostoležeči nosilec!

LC1: Load case 2: Upogibni moment My

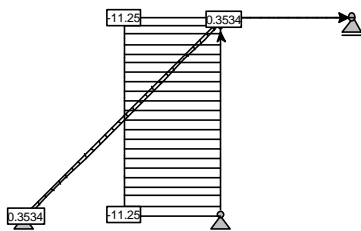
1.00 Action 1



Enote: kNm

LC1: Load case 2: Osna sila Fx

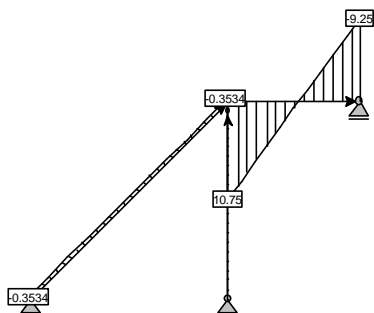
1.00 Action 1



Enote: kN

LC1: Load case 2: Preèna sila Fz

1.00 Action 1



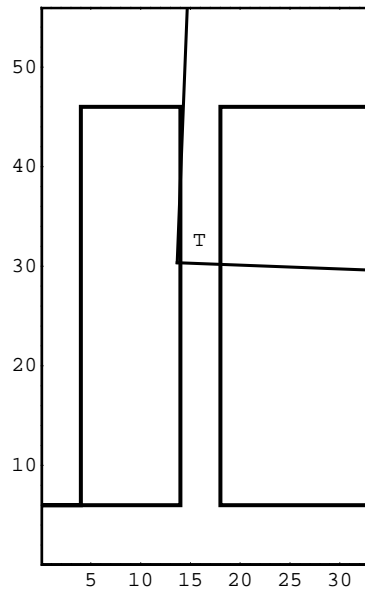
Enote: kN

LC1: Load case 2: Vozlišeni pomiki

Voz.	ux [cm]	uz [cm]	fiy [deg]
1:	-	-	-0.00023786
3:	0.0012454	0.0011718	-0.0058550

Voz.	ux [cm]	uz [cm]	fiy [deg]
4:	-	-	0.0025813
5:	0.0012454	-	0.0078520

```
In[35]:= GeometrijskeKarakteristike[{{0, 0}, {33, 0}, {33, 6}, {18, 6}, {18, 46}, {33, 46},
{33, 56}, {0, 56}, {0, 6}, {4, 6}, {4, 46}, {14, 46}, {14, 6}, {4, 6}, {0, 6}, {0, 0}}]
```



$$Ax = 848.$$

$$Sy = 25744.$$

$$Sz = 11592.$$

$$y_T = 13.6698$$

$$z_T = 30.3585$$

$$Iy = 1.12244 \times 10^6$$

$$Iz = 233691.$$

$$Iyz = -362376.$$

$$Iy^T = 340894.$$

$$Iz^T = 75230.2$$

$$Iyz^T = -10460.4$$

$$\alpha_G = -2.25135$$

$$I1 = 76461.4$$

$$I2 = 339663.$$

Komentar k 1. nalogi:

Najbolj elegantno je sprostiti zasuk v kolenu nosilca AC.

2. naloga (dalje):

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{N_x}{A_x} - \frac{M_z I_y - M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} y + \frac{M_y I_z - M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} z \\ &= 0.0236 - 0.00749y + 0.0061z\end{aligned}$$

Vrednosti v točkah:

T	T glede na težišče	σ_{xx} [kN/cm ²]
(33, 56)	(19.3, 25.6)	0.035
(0, 56)	(-13.7, 25.64)	0.282
(14, 6)	(0.33, -24.36)	-0.127

3. naloga:

$\varepsilon_{xx} = 0$ zaradi togih plošč!

Iz dveh robnih pogojev dobimo večino komponent tenzorja napetosti.

σ_{xx} dobimo po Hookovem zakonu iz ε_{xx} , σ_{yy} in σ_{zz} .

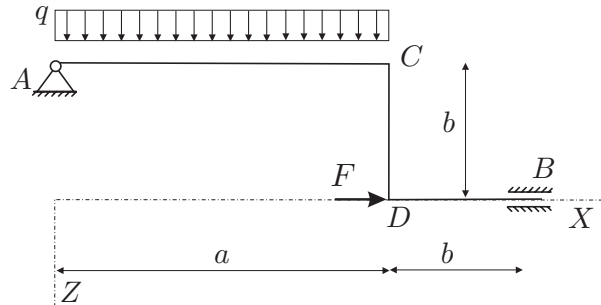
$$[\sigma] = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Za konstrukcijo na sliki izračunajte notranje statične količine in horizontalni pomik v točki D ! Vpliva osnih in prečnih sil ni potrebno upoštevati.

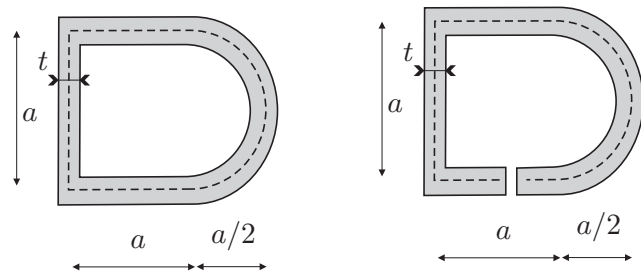
(OBVEZNA NALOGA! 40%)

Podatki: $a = 4 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$,
 $q = 15 \text{ kN/m}$, $F = 10 \text{ kN}$,
 $E = 3000 \text{ kN/cm}^2$, $J_y = 67500 \text{ cm}^4$,
 $A_x = 900 \text{ cm}^2$.



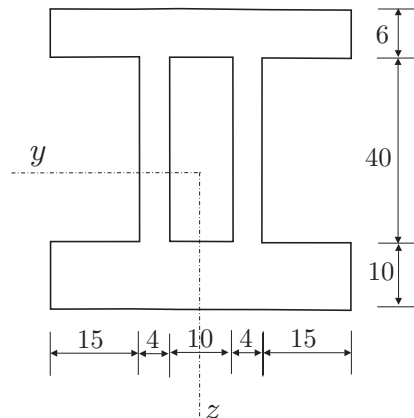
2. Izračunaj največji torzijski moment M_x za nosilec s prečnim prerezom na sliki in dolžino $L = 2 \text{ m}$ tako, da bodo zasuki zaradi torzije največ 0.2 rad ! (20%)

Podatki: $t = 1 \text{ cm}$, $a = 15 \text{ cm}$, $G = 12000 \text{ kN/cm}^2$.



3. Prez na sliki je obremenjen s prečno silo $N_z = 30 \text{ kN}$ in upogibnim momentom $M_y = 10 \text{ kNm}$. Določite nekaj značilnih vrednosti in skicirajte diagrama osnih napetosti σ_{xx} in strižnih napetosti σ_{xy} ! (40%)

Podatki za prez so v centimetrih.



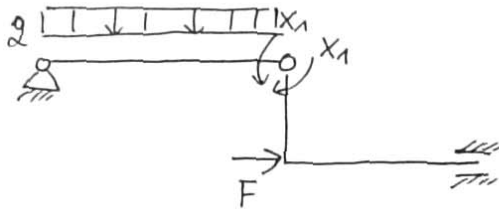
TEORETIČNI DEL IZPITA:

Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanja jasno označite! Pišite čitljivo.

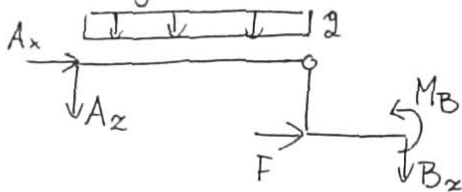
1. Opišite vektor napetosti! Zapišite notranjo silo in notranji moment z vektorjem napetosti!
2. Opišite osnovne predpostavke pri upogibu z osno silo!
3. Izpeljite formuli za račun pomika w_{Ts} in zasuka w_{Ts} statično določene linijske konstrukcije! Naredite tudi preprost primer!

1. NALOGA $\tilde{m}_{PS} = 3 - 2 - 2 = -1$

a.) Sprostitev - členek v C



b.) Zunanja obtežba



reakcije

$$\sum X: A_x + F = 0$$

$$A_x = -10 \text{ kN}$$

$$\sum Z: A_z + B_z + g \cdot a = 0$$

$$A_z = -30 \text{ kN}$$

$$\sum M^A: F \cdot b - B_z \cdot (a+b) + M_B - g \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$$

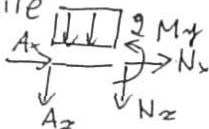
$$B_z = -30 \text{ kN}$$

$$\sum M^C_{AC}: A_x \cdot a + g \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 0$$

$$M_B = -80 \text{ kNm}$$

notranje sile

polje I

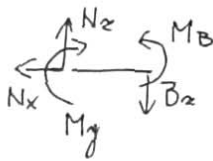


$$N_x = 10 \text{ kN}$$

$$N_z = 30 - 15x$$

$$M_y = 30x - 15x \cdot \frac{x}{2} \quad M_y(2) = 30 \text{ kNm}$$

polje III

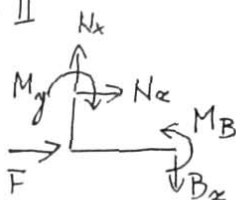


$$N_x = 0$$

$$N_z = -30 \text{ kN}$$

$$M_y = 30x - 80 \quad M_y(2) = -20 \text{ kNm}$$

polje II

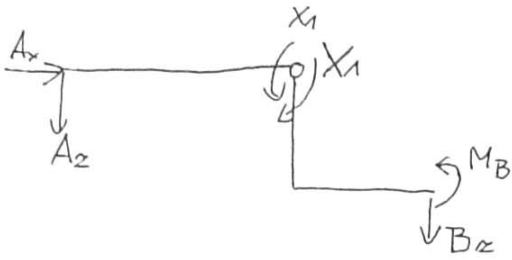


$$N_x = -30 \text{ kN}$$

$$N_z = -10 \text{ kN}$$

$$M_y = -80 + 30 \cdot 2 + 10x \quad M_y(2) = 0$$

c.) Virtualna sila $X_1 = 1$



reakcije

$$\sum X: A_x = 0$$

$$\sum Z: A_z + B_z = 0$$

$$\sum M^A: -B_z(a+b) + M_B = 0$$

$$\sum M_{AC}^C: 1 + A_z \cdot a = 0$$

$$A_z = -\frac{1}{4}$$

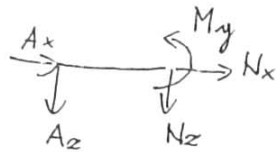
$$A_z = -0.25$$

$$B_z = 0.25 \text{ kN}$$

$$M_B = 1.5 \text{ kNm}$$

notranje sile

polje I

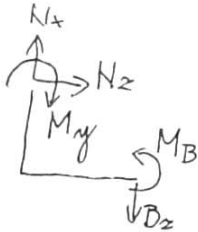


$$N_x = 0$$

$$N_z = 0.25 \text{ kN}$$

$$M_y = \frac{x}{4} \quad M_y(4) = 1 \text{ kNm}$$

polje II



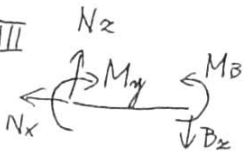
$$N_x = 0.25 \text{ kN}$$

$$N_z = 0$$

$$M_y = 1.5 - 0.25 \cdot 2$$

$$M_y = 1 \text{ kNm}$$

polje III

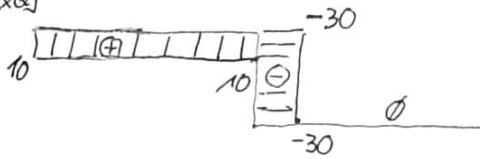


$$N_x = 0 \quad N_z = 0.25$$

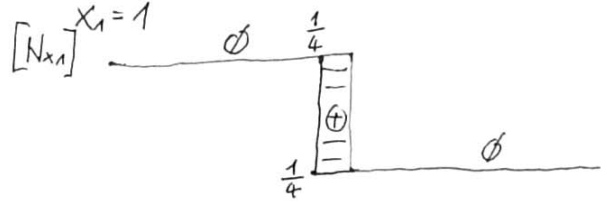
$$M_y = 1.5 - 0.25x \quad M_y(2) = 1$$

d.) Diagrami

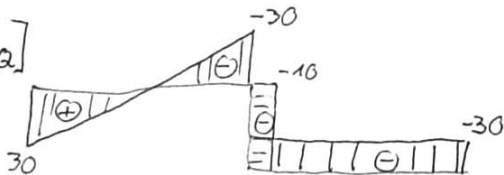
$[Q]$ $[N_x]$



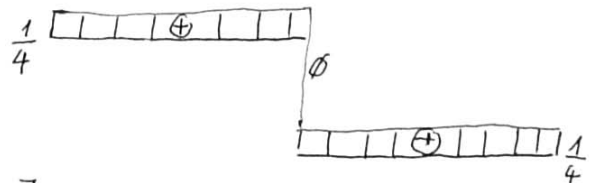
$[N_{x1}]$ $X_1 = 1$



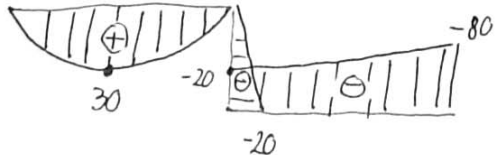
$[N_{z1}]$



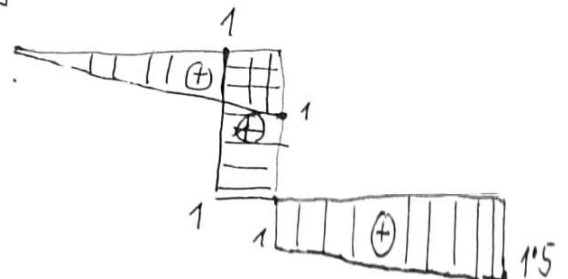
$[M_{y1}]$



$[M_{yQ}]$



$[M_{y1}]$



e.) Določitev sile X_1

$$EI_y a_{11} = \int_0^a \left(\begin{array}{c} \triangle \\ \triangle \end{array} \right) dx + \int_0^b \left(\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} \right) dx + \int_0^b \left(\begin{array}{c} \triangle \\ \square \end{array} \right) dx$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot (3 \cdot 5 + 1 \cdot 5 \cdot 4)$$

$$= 6 \cdot 5$$

$$EI_y b_1 = \int_0^a \left(\begin{array}{c} \text{parabola} \\ \triangle \end{array} \right) dx + \int_0^b \left(\begin{array}{c} \triangle \\ \square \end{array} \right) dx + \int_0^b \left(\begin{array}{c} \square \\ \triangle \end{array} \right) dx$$

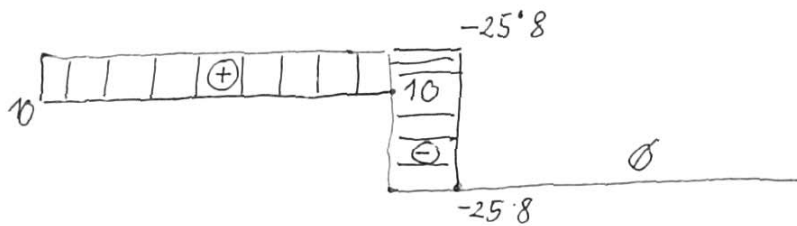
$$= \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 30 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (-20) \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot (-120 + 1 \cdot 5 \cdot (-180))$$

$$= -110$$

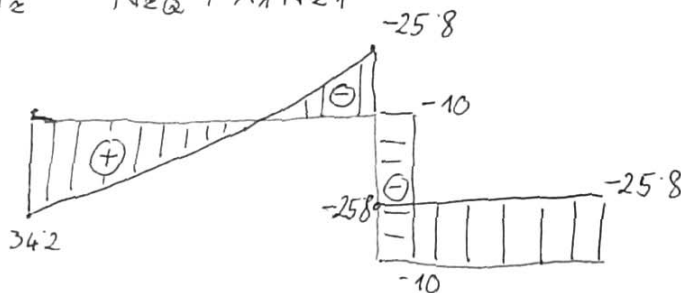
$$X_1 = -\frac{b_1}{a_{11}} \Rightarrow \boxed{X_1 = 16 \cdot 9} \text{ kNm}$$

f.) Diagrami

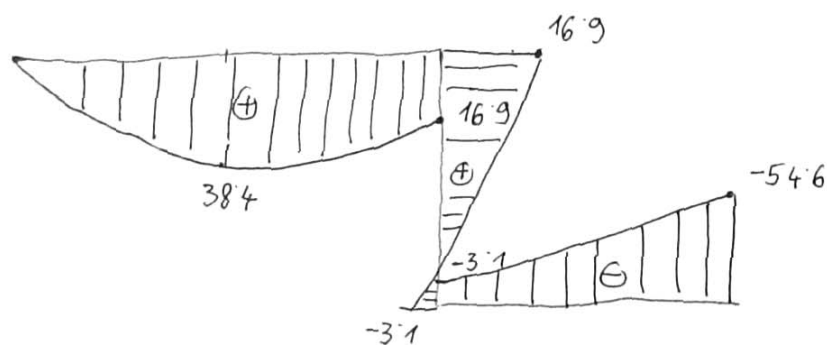
$$N_x^{nk} = N_{x0} + X_1 N_{x1}$$



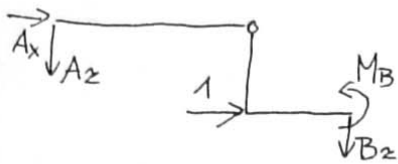
$$N_z^{nk} = N_{z0} + X_1 N_{z1}$$



$$M_y^{nk} = M_{y0} + X_1 M_{y1}$$



4.) Določitev pomika



$$A_x = -1 \text{ kN}$$

$$A_z + B_z = 0$$

$$1 \cdot a - B_z(a+b) + M_B = 0$$

$$A_z \cdot a = 0$$

$$A_z = B_z = 0$$

$$M_B = -2 \text{ kNm}$$

notranji momenti

polje I $M_y = 0$

polje III $M_y = M_B$

$$M_y = -2 \text{ kNm}$$

polje II $M_y = M_B + x$

$$M_y = -2 + x \quad M_y(2) = 0$$



$$u_T = \frac{1}{EI_y} \int_0^a 16.9 \cdot x^{-3.1} dx + \int_0^2 (-3.1) \cdot x^{-5.46} dx$$

$$= \frac{1 \text{ cm}^2}{30000 \text{ kN} \cdot 67500 \text{ cm}^4 \cdot \text{m}^2} \cdot \left(\frac{1}{6} \cdot 2 \cdot (-2) \cdot (16.9 - 2 \cdot 3.1) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (-2) \cdot (-3.1 - 5.46) \right)$$

$$= 0.00535 \text{ m}$$

$$= 5.35 \text{ mm}$$

2. NALOGA

$$\omega_x = \omega_0 + \frac{M_x}{GI_x} x$$

a.) odprti prerez

$$I_x = \frac{t^3}{3} L_c$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (3 \cdot a + \pi \frac{a}{2})$$

$$I_x = 22.85 \text{ cm}^4$$

$$\omega_L = \frac{M_x}{12000 \cdot 22.85} \cdot L < 0.2$$

$$M_x < 274 \text{ kNcm}$$

b.) zaprti prerez

$$I_x = \frac{t 4 A_s^2}{L_c} = \frac{1.4 \cdot (a^2 + \frac{1}{2} \pi (\frac{a}{2})^2)^2}{3a + \pi \frac{a}{2}}$$

$$I_x = 5728.1 \text{ cm}^4$$

$$\omega_L = \frac{M_x}{12000 \cdot 5728.1} \cdot L < 0.2$$

$$M_x < 68737 \text{ kNcm}$$

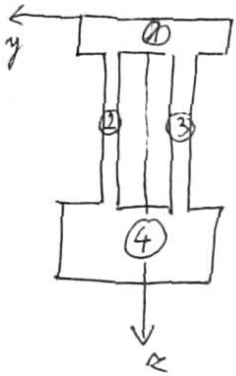
3. NALOGA

a) Osne napetosti σ_{xx} simetrija prereza $\Rightarrow I_{yz} = 0$

$$\Rightarrow \sigma_{xx} = \frac{N_x}{A_x} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z$$

$$\sigma_{xx} = \frac{M_y}{I_y} z$$

Karakteristike prereza



$$\textcircled{1} A^{(1)} = 48 \cdot 6 = 288 \text{ cm}^2$$

$$z^{(1)} = 3 \text{ cm}$$

$$I_y^{(1)} = \frac{48 \cdot 6^3}{12} = 864 \text{ cm}^4$$

$$\textcircled{2 \text{ in } 3} A^{(2)} = 40 \cdot 4 = 160 \text{ cm}^2$$

$$z^{(2)} = 26 \text{ cm}$$

$$I_y^{(2)} = \frac{4 \cdot 40^3}{12} = 21333 \text{ cm}^4$$

$$\textcircled{4} A^{(4)} = 480 \text{ cm}^2$$

$$z^{(4)} = 51 \text{ cm}$$

$$I_y^{(4)} = \frac{48 \cdot 10^3}{12} = 4000 \text{ cm}^4$$

$$z_T = \frac{\sum z_i A_i}{A} = \frac{3 \cdot 288 + 2 \cdot 26 \cdot 160 + 51 \cdot 480}{1088} = 30.9 \text{ cm}$$

$$I_y = \sum I_y^i + \sum z_i^2 A_i = 1514920 \text{ cm}^4$$

$$I_y^T = I_y - z_T^2 A = 473319 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_{xx} = \frac{10 \cdot 100 \text{ kN} \cdot \text{cm}}{473319 \text{ cm}^4} \cdot z = 0.0021 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^3} \cdot z = 2.1 \frac{\text{N}}{\text{cm}^3} \cdot z$$

$$\sigma_{xx}(-30.9) = -65.3 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{xx}(25.1) = 52.9 \text{ N/cm}^2$$

b.) Strižne napetosti τ_{xy}

$$\tau_{xy}(y^*) = -\frac{1}{k^*} S_y^* \frac{N_x}{I_y^*} \quad S_y^*(y^*) = \int_{A_x^*} z dA$$

statične momente računamo po podobmočjih 25·1

$$y^* \in [-24, -9] \quad S_y^* = \int_{-24}^{y^*} \int_{-30.9}^{-24.9} z dz dy + \int_{-24}^{y^*} \int_{15.1}^{25.1} z dz dy =$$

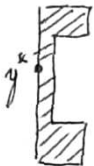


$$= (y^* + 24) \cdot \frac{1}{2} (24 \cdot 9^2 - 30 \cdot 9^2 + 25 \cdot 1^2 - 15 \cdot 1^2) \\ = 33 y^* + 791$$

$$S_y^*(-24) = 0$$

$$S_y^*(-9) = 494 \text{ cm}^3$$

$$y^* \in [-9, -5]$$



$$S_y^* = 494 + \int_{-9}^{y^*} \int_{-30.9}^{25.1} z dz dy$$

$$= 494 + (y^* + 9) \frac{1}{2} (25 \cdot 1^2 - 30 \cdot 9^2)$$

$$= -165 y^* - 988$$

$$S_y^*(-5) = -163 \text{ cm}^3$$

$$y^* \in [-5, 5]$$



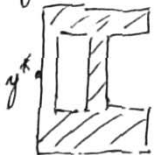
$$S_y^* = -163 + \int_{-5}^{y^*} \left(\int_{-30.9}^{-24.9} z dz + \int_{15.1}^{25.1} z dz \right) dy$$

$$= -163 + (y^* + 5) \cdot 33$$

$$= 33 y^*$$

$$S_y^*(9) = 163 \text{ cm}^3$$

$$y^* \in [5, 9]$$



$$S_y^* = 163 + \int_5^{y^*} \int_{-30.9}^{25.1} z dz dy$$

$$= 163 + (y^* - 5) \cdot (-165)$$

$$= -165 y^* + 988$$

$$S_y^*(5) = -494 \text{ cm}^3$$

$$y^* \in [9, 24]$$



$$S_y^* = -494 + \int_9^{y^*} \left(\int_{-30.9}^{-24.9} z dz + \int_{15.1}^{25.1} z dz \right) dy$$

$$= -494 + (y^* - 9) \cdot 33$$

$$= 33 y^* - 791$$

$$S_y^*(24) = 0 \text{ cm}^3$$

y^*	h^*	S_y^*	σ_{xy} [N/cm ²]
-24	16	0	0
-9	16	494	1.95
-9	56	494	0.56
-5	56	-163	-0.18
-5	16	-163	-0.65
5	16	163	0.65
5	56	163	0.18
9	56	-494	-0.56
9	16	-494	-1.95
24	16	0	0

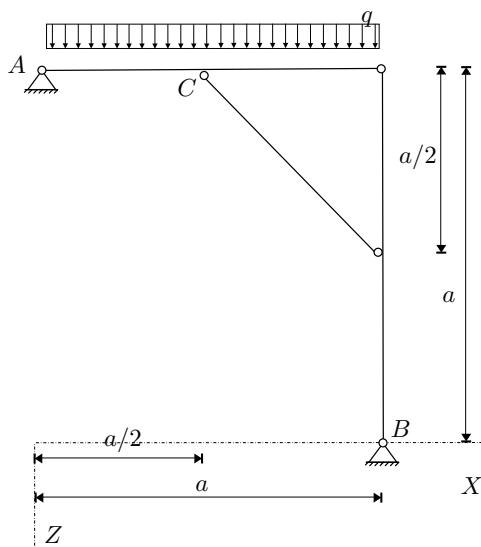
TRDNOST (VŠŠ) - 4. IZPITNI ROK (05. 09. 2005)

RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Za konstrukcijo na sliki izračunajte notranje statične količine in vertikalni pomik v točki C ! Vpliva osnih in prečnih sil ni potrebno upoštevati.

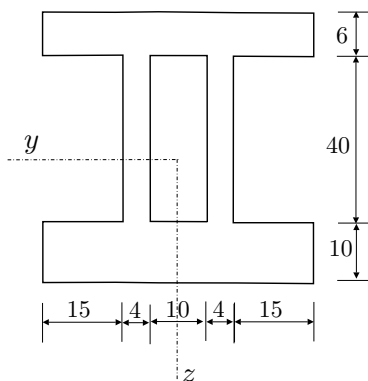
(OBVEZNA NALOGA! 40%)

Podatki: $a = 3 \text{ m}$, $q = 20 \text{ kN/m}$,
 $E = 21000 \text{ kN/cm}^2$, $J_y = 7908 \text{ cm}^4$,
 $A_x = 90 \text{ cm}^2$.



2. Prerez na sliki je obremenjen s prečno silo $N_z = 30 \text{ kN}$. Določite nekaj značilnih vrednosti in skicirajte diagram strižnih napetosti σ_{xz} ! (30%)

Podatki za prerez so v centimetrih.



3. Deformiranje je podano s poljem pomikov $\vec{u} = 10^{-3} [(x^2y + 2xy) \vec{e}_x + (3x + 5y^2) \vec{e}_y]$.

Izračunajte:

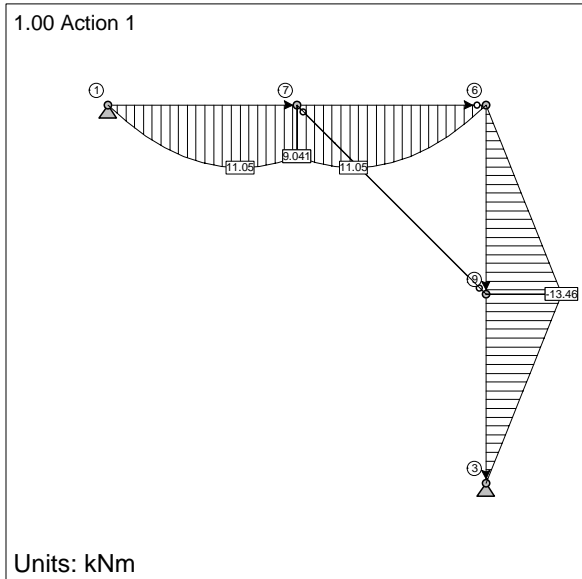
- tenzor majhnih deformacij;
 - specifično spremembo dolžine vlakna v točki $T(-1, 2)$ v smeri vektorja $\vec{a} = 3\vec{e}_x + 4\vec{e}_y$;
 - spremembo pravega kota v točki T med vektorjema \vec{a} in $\vec{b} = 4\vec{e}_x - 3\vec{e}_y$.
- (30%)

TEORETIČNI DEL IZPITA:

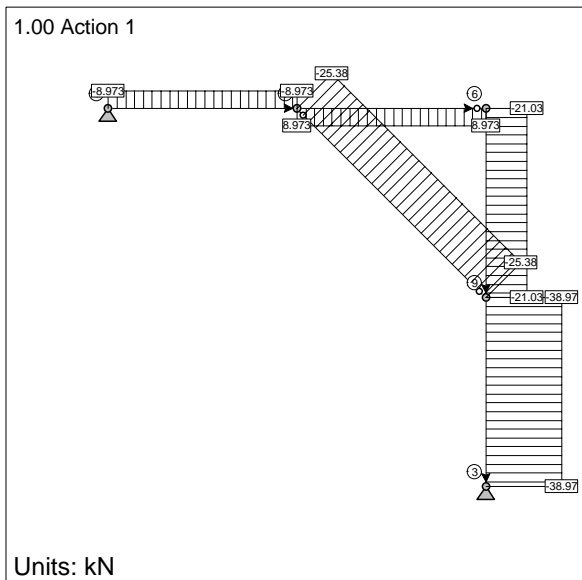
Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanja jasno označite! Pišite čitljivo.

- Opišite tenzor velikih in malih deformacij! Pojasnite geometrijski pomen komponent tenzorja malih deformacij!
- Opišite osnovne predpostavke pri upogibu z osno silo!
- Opišite metodo sil za reševanje statično nedoločenih linijskih konstrukcij! Naredite preprosti primer!

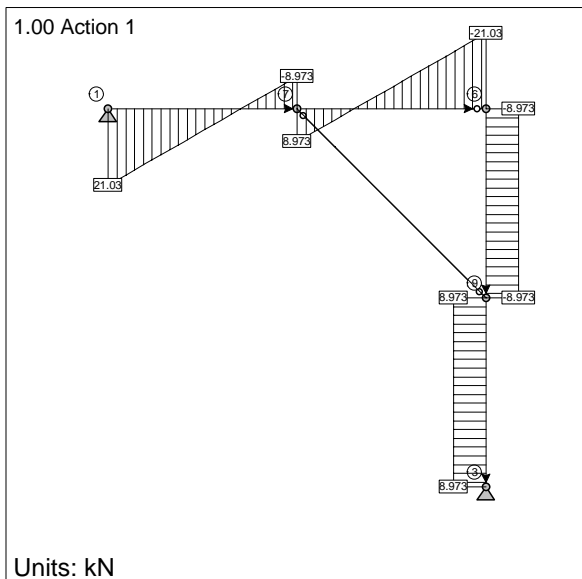
LC1: Load case 2: Bending Moments M_y



LC1: Load case 2: Axial Forces F_x



LC1: Load case 2: Shear Forces F_z



LC1: Load case 2: Nodal Displacements

Node	ux [cm]	uz [cm]	fiy [deg]
1:	-	-	-0.043714
3:	-	-	-0.034828
6:	0.00000	0.0047619	0.034828

Node	ux [cm]	uz [cm]	fiy [deg]
7:	-0.00071211	0.068621	-0.00090946
9:	0.060787	0.0030931	0.00000

z*	h*	Sy*	Sigma_xy [N/cm2]
-30.9	48	0	0.00
-24.9	48	-8035	10.61
-24.9	8	-8035	63.66
0	8	-10515	83.31
15.1	8	-9603	76.08
15.1	48	-9603	12.68
25.1	48	0	0.00

TRDNOST (VSŠ) - 2. IZREDNI IZPITNI ROK (01. 12. 2005)

RAČUNSKI DEL IZPITA:

1. Za konstrukcijo na sliki izračunajte notranje statične količine in horizontalni pomik v točki B ! Vpliva osnih in prečnih sil ni potrebno upoštevati.

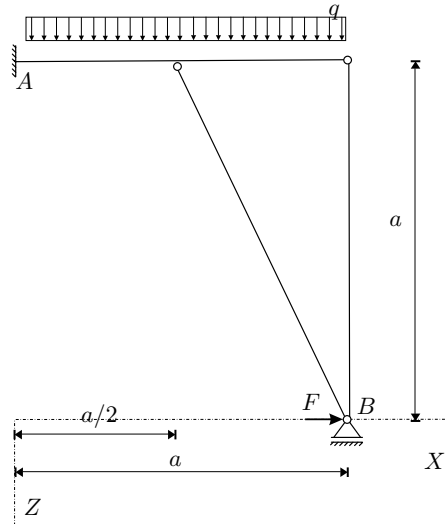
(OBVEZNA NALOGA! 40%)

Podatki: $a = 3 \text{ m}$,

$q = 10 \text{ kN/m}$, $F = 20 \text{ kN}$,

$E = 21000 \text{ kN/cm}^2$, $J_y = 7908 \text{ cm}^4$,

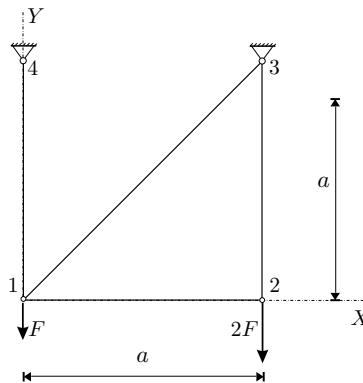
$A_x = 90 \text{ cm}^2$.



2. Za paličje na sliki določite pomike vozlišč po metodi pomikov! (30%)

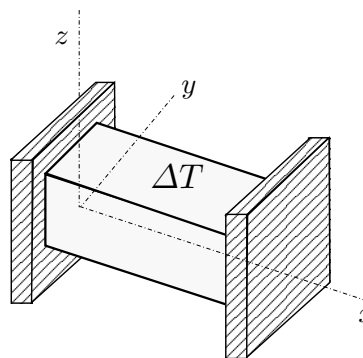
Podatki: $a = 3 \text{ m}$, $F = 20 \text{ MN}$,

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $A = 0.02 \text{ m}^2$.



3. Kvader je postavljen med dve togi plošči, kot kaže slika. Kvader segrejemo za 30 K . Privzemimo, da je material izotropen in linearno elastičen. Določite deformacijski in napetostni tenzor! (30%)

Podatki: $\nu = 0.3$, $E = 2.1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$,
 $\alpha = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

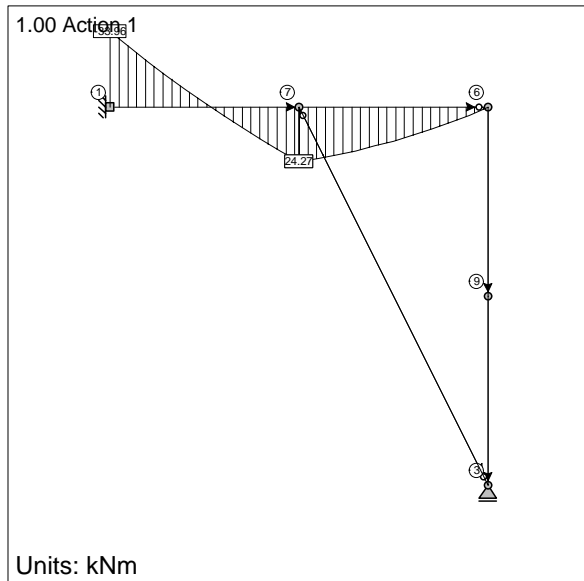


TEORETIČNI DEL IZPITA:

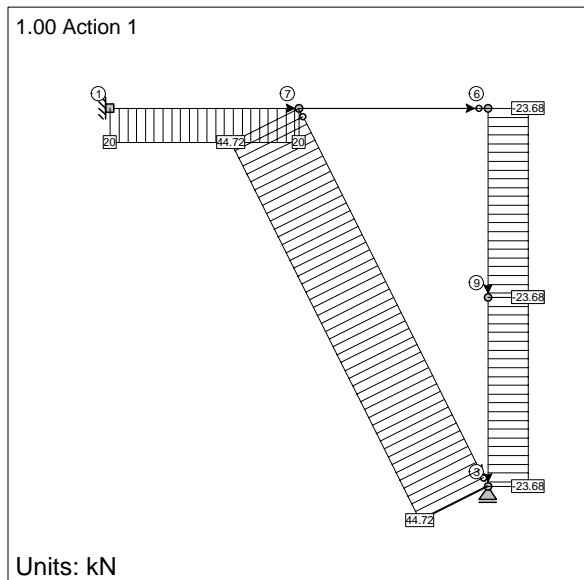
Izmed treh zastavljenih vprašanj si izberete dve, na kateri boste odgovarjali. Izbrani vprašanji jasno označite! Pišite čitljivo.

1. Opišite tenzor deformacij! Pojasnite geometrijski pomen njegovih komponent!
2. Definirajte primer enakomerne torzije in zapišite predpostavke za deformacije!
3. Zapišite in komentirajte enačbo za Eulerjevo silo F_E za Eulerjeve uklonske primere ter pojasnite pojma uklonska dolžina in varnost glede na nastop Eulerjeve uklonske sile F_E !

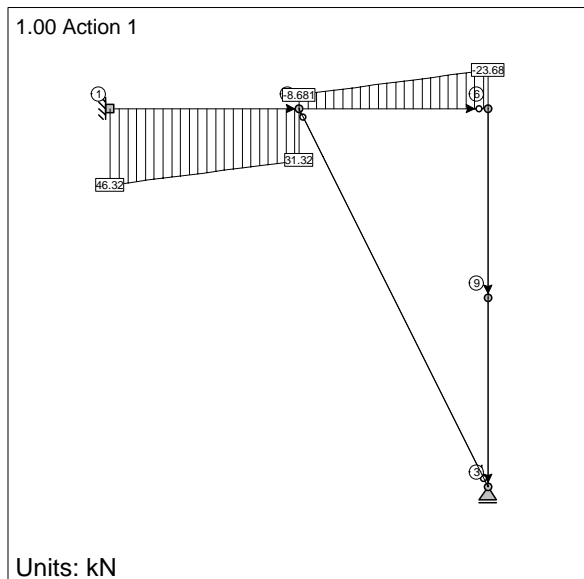
LC1: Load case 2: Bending Moments M_y



LC1: Load case 2: Axial Forces F_x



LC1: Load case 2: Shear Forces F_z



LC1: Load case 2: Nodal Displacements

Node	ux [cm]	uz [cm]	fiy [deg]
3:	0.19105	-	0.036185
6:	0.0015873	0.0037588	0.036185

Node	ux [cm]	uz [cm]	fiy [deg]
7:	0.0015873	0.085859	-0.015364
9:	0.096320	0.0018794	0.036185

TABELA DOLŽIN, KOSINUSOV IN OSNIH TOGOSTI ZA PODANO PALIČJE

palica	vozel1	vozel2	dolzina	cos(a_ij)	cos(b_ij)	k_ij
1	1	2	3.000	1.000	0.000	1333.333
2	1	3	4.243	0.707	0.707	942.809
3	1	4	3.000	0.000	1.000	1333.333
4	2	3	3.000	0.000	1.000	1333.333

TOGOSTNA MATRIKA PALIČJA

-1804.738	-471.405	1333.333	0.000	471.405	471.405	0.000	0.000
-471.405	-1804.738	0.000	0.000	471.405	471.405	0.000	1333.333
1333.333	0.000	-1333.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	-1333.333	0.000	1333.333	0.000	0.000
471.405	471.405	0.000	0.000	-471.405	-471.405	0.000	0.000
471.405	471.405	0.000	1333.333	-471.405	-1804.738	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	1333.333	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-1333.333

POMIKI IN REAKCIJE VOZLIŠČ DANEGA PALIČJA

vozel	u_x	u_y	R_x	R_y
1	0.01500	-0.01500		
2	0.01500	-0.03000		
3	0.00000	0.00000	0.000	40.000
4	0.00000	0.00000	0.000	20.000

TABELA OSNIH SIL ZA PODANO PALIČJE

palica	vozel1	vozel2	N_ij
1	1	2	-0.000
2	1	3	0.000
3	1	4	20.000
4	2	3	40.000