

Statistične metode v gradbeništvu

2. Domača naloga: slučajne spremenljivke in vektorji

1.1 Diskretna slučajna spremenljivka. V posodi je B belih in R rdečih kroglic. Naključno izberemo n kroglic. Naj bo X število belih kroglic v vzorcu. Določite:

- Zalogo vrednosti slučajne spremenljivke X .
- Verjetnostno funkcijo X in njeni vrednosti $p_X(2)$ in $p_X(n/2)$.
- Porazdelitveno funkcijo X in njeni vrednosti $F_X(2)$ in $F_X(n/2)$.

1.2 Zvezna slučajna spremenljivka. Zvezna slučajna spremenljivka X je določena z gostoto verjetnosti

$$f_X(x) = \begin{cases} ax, & \text{če je } x \in [0, b], \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

Določite:

- Vrednost konstante a tako, da bo X zadoščala aksiomom verjetnosti.
- Verjetnost $P[x_1 \leq X \leq x_2]$, kjer sta x_1 in x_2 podatka naloge.

1.3 Diskretni slučajni vektor. Naj bo XY diskretni slučajni vektor s komponentama X in Y , ki lahko zavzameta vrednosti iz množic $\{1, 2, \dots, n_X\}$ in $\{1, 2, \dots, n_Y\}$. Zaloga vrednosti XY so torej pari števil iz množice $R_{XY} = \{1, 2, \dots, n_X\} \times \{1, 2, \dots, n_Y\}$. Poznamo verjetnostno funkcijo

$$p_{XY}(x_i, y_j) = \begin{cases} \frac{1}{c}(x_i + y_j), & \text{če je } (x_i, y_j) \in R_{XY}, \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

Določite:

- Vrednost konstante c tako, da bo vektor XY zadoščal aksiomom verjetnosti.
- Verjetnost $P[X = 2 \cap Y = 3]$.
- Verjetnost $P[X + Y = 4]$.
- Pogojno verjetnost $P[X = 3|Y = 2]$.

1.4 Zvezni slučajni vektor. Zvezni slučajni vektor XY je določen z gostoto verjetnosti

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{d}e^{-n_X x - n_Y y}, & \text{če sta } x \geq 0 \text{ in } y \geq 0, \\ 0, & \text{sicer.} \end{cases}$$

Določite:

- Vrednost konstante d tako, da bo vektor XY zadoščal aksiomom verjetnosti.
- Verjetnost $P[X + Y \leq N]$.
- Vrednosti gostote pogojne porazdelitve $f_{X|Y}(x, y)$ v točkah $(x, y) = (0.5, 2)$ in $(x, y) = (1, 2)$.